



**Gonçalo Teixeira Faustino**

## **Segurança estrutural em geotecnia através de métodos de base probabilística**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil

Orientador: Professor Doutor João Paulo Bilé Serra

Presidente:	Professor Doutor Nuno Manuel da Costa Guerra
Arguente:	Professor Doutor António Milton Topa Gomes
Vogal:	Professor Doutor João Paulo Bilé Serra



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Novembro de 2013**



**Gonçalo Teixeira Faustino**

**Segurança Estrutural em Geotecnia através de  
Métodos de Base Probabilística**

Dissertação elaborada no Laboratório Nacional de Engenharia Civil para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil no Ramo de Geotecnia pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, no âmbito do protocolo de cooperação entre a FCT/UNL e o LNEC.

**Novembro de 2013**



## **Segurança Estrutural em Geotecnia através de métodos de base probabilística**

“Copyright” Gonçalo Teixeira Faustino, da FCT/UNL e da UNL.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



## **AGRADECIMENTOS**

Ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), na pessoa do seu Presidente, Investigador Carlos Pina, e à directora do Departamento de Geotecnia (DG), Professora Doutora Laura Caldeira, pelos meios disponibilizados para a realização desta dissertação de mestrado.

Ao meu orientador, Professor Doutor João Paulo Bilé Serra, pela sugestão do tema, por todos os conhecimentos que me transmitiu, pelas largas horas que despendeu na discussão do tema e nas revisões propostas e sobretudo pela liberdade e confiança que sempre me depositou durante a elaboração deste trabalho. Agradeço ainda toda a amizade e boa disposição incondicionais que demonstrou ao longo de todo o trabalho e que tornou a sua realização ainda mais agradável.

Um agradecimento especial a todos os professores do departamento de engenharia civil da FCT-UNL, com quem tive a oportunidade de aprender e de me desenvolver, não só como profissional mas também como pessoa, e com os quais me orgulho de ter trabalhado.

À minha família, o meu pai, a minha mãe, o meu irmão e à Inês, por todo o apoio e confiança que sempre me transmitiram ao longo de todo este percurso, e pela enorme paciência que sempre tiveram comigo.

Aos meus amigos, em especial aos que partilharam, a par dos seus próprios trabalhos, esta experiência comigo, o Pedro, o Frederico e o David, pelo apoio que me deram em todo o percurso, por todos os momentos de humor, boa disposição e sobretudo pela amizade que sempre demonstraram.





## RESUMO

Actualmente, a verificação da segurança estrutural em geotecnia desenrola-se num quadro normativo estabelecido pelos Eurocódigos estruturais, em particular os Eurocódigos 0, 1, 7 e 8. Nestes, as metodologias de cálculo abordadas são de índole semi-probabilística, onde as diferentes fontes de incerteza são consideradas através de coeficientes parciais, que afectam os efeitos das acções, as propriedades dos materiais e as grandezas geométricas. De acordo com esta metodologia, a segurança é avaliada verificando a condição de segurança (e na qual entram os coeficientes), e não pela avaliação explícita da probabilidade de falha. A calibração destes coeficientes face aos níveis de fiabilidade de referência é, desta forma, uma questão fundamental. Existindo uma grande diversidade de métodos de avaliação explícita desta probabilidade de falha, é importante perceber quais destes métodos são os mais adequados, no que diz respeito à sua precisão e economia de cálculo.

Na primeira parte deste trabalho são introduzidos alguns dos métodos de avaliação de segurança, com diferentes níveis de precisão. Descrevem-se em primeiro lugar os designados métodos probabilísticos exactos, que pretendem corresponder a avaliações exactas. Os métodos probabilísticos aproximados são abordados de seguida, terminando nos já mencionados métodos semi-probabilísticos.

A avaliação computacional da probabilidade de falha só é possível se estiver disponível a função de estado limite que descreva o fenómeno em consideração. A falta de modelos de cálculo competentes, em situações complexas, leva a que, na maior parte dos casos, essa expressão não exista. É, por isso, apresentada na segunda parte a metodologia das superfícies de resposta, que visa, de alguma forma, eliminar este problema.

Utilizam-se as metodologias descritas em dois casos de estudo, dando uso aos modelos de cálculo analíticos disponíveis e ainda os resultados provenientes de análises numéricas, recorrendo a software de cálculo comercial. Os diversos resultados são comparados.

No último capítulo a metodologia de calibração de coeficientes parciais é abordada, sendo descritas algumas das técnicas disponíveis, uma das quais (designada de 'Formato Livre') é utilizada na proposta de calibração de coeficientes parciais de uma fundação superficial.

**Palavras-chave:** fiabilidade, FORM, SORM, Monte-Carlo, Eurocódigo, fundação superficial, método de convergência-confinamento, túnel; calibração coeficientes parciais



## ABSTRACT

Nowadays the verification of structural safety in geotechnics is usually done according to the rules established by structural Eurocodes, in particular the Eurocodes 0, 1, 7 and 8. In these, the approached methodologies are of semi-probabilistic type, where the different sources of uncertainties are considered by means of partial factors, which affect not only the actions but also material properties and geometric quantities. According to this methodology, the safety is evaluated by checking the security condition and not by explicit evaluation of probability of failure. The calibration of these partial factors to a reliability reference level is for this matter a crucial point. As there is a wide variety of methods of explicit evaluation of the failure probability, it is important to know which are the more precise and less time consuming.

At the beginning of this work some safety evaluation methods are presented with different accuracy levels. The so called exact probabilistic methods are first described. The approximated probabilistic methods are discussed and then finishing with the semi-probabilistic methods.

The computational evaluation of the probability of failure is only possible if a limit state function that describes the phenomenon under consideration is available. The lack of appropriate calculation models in particular in complex situations means that, in most of the cases, this function does not exist. It is discussed, in the second part of this work, the response surface methodology which aims to, somehow, eliminate this problem.

The methodologies already described are used in two case studies. Analytical calculation models are used (if available) and numerical analysis are performed as well, using proper software. These results are compared.

In the last chapter the partial coefficient calibration methodology is approached and some available techniques are described, one of which (the so called 'Free Format') is used to elaborate a proposal for partial coefficients for a shallow foundation.

**Keywords:** reliability, FORM, SORM, Monte-Carlo, Eurocode, shallow foundation, convergence-confinement method, tunnel, partial coefficient calibration



# ÍNDICE

<b>Agradecimentos</b> .....	iii
<b>Resumo</b> .....	v
<b>Abstract</b> .....	vii
<b>Índice</b> .....	ix
<b>Índice de tabelas</b> .....	xi
<b>Índice de Figuras</b> .....	xiii
<b>Lista de abreviaturas, siglas e símbolos</b> .....	xv
<b>1. Introdução</b> .....	1
1.1. Considerações Gerais .....	1
1.2. Segurança estrutural em geotecnia.....	2
1.3. Objectivos .....	4
1.4. Organização do trabalho .....	5
<b>2. Métodos de avaliação de segurança</b> .....	7
2.1. Introdução.....	7
2.2. Métodos Clássicos.....	10
2.3. Métodos Probabilísticos Exactos ( <i>Nível III</i> ).....	13
2.3.1. Considerações iniciais .....	13
2.3.2. O método de Monte-Carlo .....	13
2.3.3. Precisão e convergência .....	15
2.3.4. Métodos de redução de variância .....	17
2.4. Métodos Probabilísticos Aproximados ( <i>Nível II</i> ).....	19
2.4.1. Introdução .....	19
2.4.2. Método FORM .....	20
2.4.3. Método SORM .....	28
2.5. Métodos Semi-Probabilísticos ( <i>Nível I</i> ) .....	30
<b>3. Método das superfícies de resposta (“RSM”)</b> .....	41
3.1. Introdução.....	41
3.2. Variáveis de base .....	42
3.3. Respostas do sistema .....	43

3.4.	Metodologia .....	44
3.5.	Análise de fiabilidade.....	46
4.	<b>Casos de Estudo</b> .....	49
4.1.	Fundação Directa .....	49
4.1.1.	Análise de fiabilidade com base na expressão algébrica da capacidade de carga ..	51
4.1.2.	Análise de fiabilidade por aplicação do método das superfícies de resposta ( <i>RSM</i> ) à expressão algébrica da capacidade de carga .....	57
4.1.3.	Análise de fiabilidade baseada na avaliação numérica de desempenho recorrendo ao método das superfícies de resposta .....	62
4.2.	Túnel.....	70
4.2.1.	Introdução.....	70
4.2.2.	O método da convergência-confinamento .....	70
4.2.3.	Análise de fiabilidade de um túnel nas condições do método de convergência-confinamento .....	80
4.2.4.	Análise de fiabilidade por aplicação do método das superfícies de resposta ( <i>RSM</i> ) nas condições do método de convergência-confinamento .....	83
4.2.5.	Análise de fiabilidade através de modelo numérico nas condições do método de convergência-confinamento .....	88
5.	<b>Calibração de coeficientes parciais</b> .....	97
5.1.	Introdução.....	97
5.2.	Formulação do código .....	98
5.3.	Métodos de Calibração.....	99
5.4.	Aplicação ao caso de estudo da fundação superficial .....	102
6.	<b>Observações finais e conclusões</b> .....	109
	<b>Referências</b> .....	113
	<b>ANEXOS</b> .....	117
	Anexo A .....	117
	Anexo B .....	123
	Anexo C .....	129
	Anexo D .....	135

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1- Proposta para coeficientes globais de segurança – Adaptado de [8] [9] .....	11
Tabela 2 – Número de simulações necessárias – Método de Monte-Carlo [10] .....	16
Tabela 3 – Relação entre índice de fiabilidade $\beta$ e probabilidade de falha $P_f$ .....	19
Tabela 4 - Classes de consequências [1] .....	19
Tabela 5 - Valores mínimos recomendados para $\beta$ [1].....	20
Tabela 6 - Parâmetros estatísticos das variáveis básicas (exemplo) .....	27
Tabela 7 - Coeficientes parciais aplicáveis às acções ou aos seus efeitos (GEO e STR) [26].....	32
Tabela 8 - Coeficientes parciais aplicáveis aos parâmetros dos materiais (GEO e STR) [26].....	32
Tabela 9 - Coeficientes parciais aplicáveis à capacidade resistente (GEO e STR) [26] .....	32
Tabela 10 - Coeficientes parciais aplicáveis às acções (EQU) [26].....	32
Tabela 11 - Coeficientes parciais aplicáveis às propriedades dos materiais (EQU) [26] .....	33
Tabela 12 – Fundação directa: parâmetros estatísticos das variáveis de base .....	50
Tabela 13 – Fundação directa: matriz de correlação entre variáveis .....	50
Tabela 14 – Fundação directa: resultado FORM – via algébrica.....	53
Tabela 15 - Fundação directa: resultados SORM –via algébrica.....	54
Tabela 16 - Fundação directa: resultados Monte-Carlo –via algébrica .....	56
Tabela 17 – Fundação directa: resultados Monte-Carlo com amostragem selectiva –via algébrica... 56	
Tabela 18 - Parâmetros de entrada – RSM aplicado à fundação superficial.....	58
Tabela 19 - Combinações de entrada e respostas (expressão algébrica) – Análise RSM .....	58
Tabelas 20 e 21 – Fundação directa: resultados FORM – RSM aplicado à via algébrica (1ªit).....	59
Tabelas 22 e 23 – Fundação directa: resultados FORM – RSM aplicado à via analítica (4ªit) .....	61
Tabela 24 – Fundação directa: resultados Monte-Carlo – RSM aplicado à via analítica .....	61
Tabela 25 – Análise numérica – modelo de cálculo ( $\nu=0,3$ ).....	63
Tabela 26 – Análise numérica – modelo de cálculo ( $E=40$ MPa) .....	64
Tabela 27 - Combinações de entrada e respostas (análise numérica; 4ª it.) .....	66
Tabela 28 - Combinações de entrada e respostas (análise numérica; 4ª it.) .....	67
Tabela 29 – Fundação directa: resultados FORM – RSM aplicado na via numérica .....	67
Tabela 30 – Fundação directa: resultados Monte-Carlo – RSM na via numérica .....	69
Tabela 31 – Túnel: parâmetros estatísticos das variáveis de base (condições 1) .....	81
Tabela 32 – Túnel: matriz de correlação entre variáveis .....	81
Tabela 33 – Túnel: resultado FORM – via algébrica (condições 1).....	83
Tabela 34 - Parâmetros de entrada – Análise RSM aplicado ao método de convergência- confinamento .....	84
Tabela 35 - Combinações de entrada e respostas (método de CC) – Análise RSM (3ªit.) .....	85
Tabela 36 – Túnel: Resultados FORM – RSM à via algébrica (condições 1).....	87
Tabela 37 – Túnel: resultados SORM – RSM à via algébrica (condições 1) .....	87

Tabela 38 – Túnel: Resultados Monte-Carlo – RSM à via analítica (condições 1) .....	88
Tabela 39 – Túnel: parâmetros estatísticos das variáveis de base (condições 2) .....	90
Tabela 40 – Túnel: resultados FORM – via algébrica (condições 2) .....	94
Tabela 41 – Túnel: resultados FORM – RSM aplicado à via numérica (condições 2) .....	95
Tabela 42 – Propriedades para calibração de coeficientes parciais .....	103
Tabela 43 – Coeficientes parciais calibrados – Situações B, C e D .....	106



# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Métodos Probabilísticos Exactos [5] .....	8
Figura 2 - Aproximação do tipo FORM (adaptado de [6]) .....	9
Figura 3 - Métodos Semi-probabilísticos [5] .....	9
Figura 4 – Problema ilustrativo da verificação da segurança de uma sapata corrida .....	12
Figura 5 – Ilustração do conceito de geração de número aleatório $x_i$ com distribuição não uniforme a partir de um número $u_i$ gerado por distribuição uniforme [12] .....	14
Figura 6 – Ilustração da função de importância para o caso de uma única variável – Adaptado de [12] .....	18
Figura 7 – Ilustração do conceito de amostragem por importância (adaptado de [12]) .....	18
Figura 8 – Ilustração do método FORM para um caso bidimensional de uma função de estado limite linear com variáveis normalmente distribuídas no espaço original (esq.) e padronizada (dir.) [19] .....	22
Figura 9 - Aproximação do tipo FORM a uma função de estado limite não linear, no espaço original (Esq.) e no espaço normalizado (Dir.) – Adaptado de [6] .....	24
Figura 10 – Diagrama resumo: Métodos para a calibração dos coeficientes parciais [1] .....	33
Figura 11 – Sistematização do processo para obtenção dos valores característicos a partir de valores medidos (adaptado de [28]) .....	36
Figura 12 – Combinações de entrada para $n = 2$ (dois níveis) .....	43
Figura 13 – Fundação directa: características do problema .....	50
Figura 14 – Esquema de cálculo para a obtenção do índice de fiabilidade $\beta$ pelo método FORM .....	53
Figura 15 – Método SORM – $R_t$ .....	55
Figura 16 – Modelo de cálculo de fundação superficial - PLAXIS .....	63
Figura 17 – Malha utilizada no cálculo – Malha fina (ao centro) e medianamente refinada no restante domínio .....	65
Figura 18 - Avanço de um túnel - Pressões e deslocamentos (adaptado de [45]) .....	72
Figura 19 – Relação entre a curva de deformação longitudinal (a) e a curva de reacção do terreno (b) .....	73
Figura 20 – Curva de reacção do terreno (adaptado de [45]) .....	74
Figura 21 – Curva de reacção do suporte .....	76
Figura 22 – Interação terreno-suporte .....	78
Figura 23 – Esquema parcial de cálculo para a obtenção do índice de fiabilidade $\beta$ pelo método FORM aplicado ao método de convergência-confinamento .....	82
Figura 24 – Curva de interação terreno-suporte (ponto de dimensionamento $g_1(X)$ ) .....	83
Figura 25 – Método de convergência-confinamento – ‘ $\beta$ Method’ – PLAXIS [52] .....	89
Figura 26 – Modelo de cálculo de túnel – PLAXIS .....	90
Figura 27 – Curva de reacção do terreno – ‘ $\beta$ Method’ .....	91
Figura 28 – Espessura da coroa circular de plastificação - ‘ $\beta$ Method’ .....	91
Figura 29 – Curva de reacção do terreno – Cavidade simulada por 40 segmentos .....	92

Figura 30 – Curva de reacção do terreno – Cavidade simulada por 120 segmentos .....	92
Figura 31 – Espessura da coroa circular de plastificação – Cavidade simulada por 40 segmentos....	93
Figura 32 – Espessura da coroa circular de plastificação – Cavidade simulada por 120 segmentos..	93
Figura 33 – Análise de túnel – <i>Malha de elementos finitos</i> .....	93
Figura 34 – Calibração dos coeficientes de acordo com a abordagem do Ponto de Dimensionamento (adaptado de [54]) .....	101
Figura 35 – Casos de estudo – calibração de coeficientes parciais .....	102
Figura 36 – Processo de calibração de coeficientes parciais .....	104
Figura 37 – Calibração de coeficientes parciais- Situação B ( $\beta = 4,2$ ; $\beta = 4,7$ ; $\beta = 5,2$ ) .....	105
Figura 38 – Calibração de coeficientes parciais- Situação C ( $\beta = 4,2$ ; $\beta = 4,7$ ; $\beta = 5,2$ ) .....	105
Figura 39 – Calibração de coeficientes parciais- Situação D ( $\beta = 4,2$ ; $\beta = 4,7$ ; $\beta = 5,2$ ) .....	106

## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

### Abreviaturas

- EC 0 – Eurocódigo 0
- EC 7 – Eurocódigo 7

### Siglas

- AFOSM - Métodos avançados de primeira ordem com utilização de momentos de segunda ordem (*Advanced First-Order Second-Moment Methods*)
- CDF – Função de distribuição cumulativa (*Cumulative Density Function*)
- FORM – Métodos de Fiabilidade de Primeira Ordem (*First-Order Reliability Methods*)
- FOSM - Métodos de primeira ordem com utilização momentos de segunda ordem (*First-Order Second-Moment Methods*)
- GEO – Estado limite de rotura do terreno
- HYD – Estado limite de rotura hidráulica
- MEF – Método de Elementos Finitos
- PDF – Função de densidade de probabilidade (*Probability Density Function*)
- RSM – Método das superfícies de resposta (*Response Surface Methodology*)
- Rt – software de análise de fiabilidade e optimização (UBC)
- SORM - Métodos de Fiabilidade de Segunda Ordem (*Second-Order Reliability Methods*)
- STR – Estado limite de rotura estrutural
- UBC – Universidade da Colúmbia Britânica (*Univeristy of British Columbia*)
- UPL – Estado limite de levantamento global
- MCC – Método de convergência-confinameto

### Símbolos latinos

$A_s$	área de aço
$a_d$	valor de cálculo da grandeza geométrica
$a_i$	escalar associado à variável $i$
$B$	largura da fundação
$c_v$	coeficiente de variação
$Cov(x, y)$	covariância entre as variáveis $x$ e $y$

$e$	espessura do anel de suporte
$E$	módulo de deformabilidade
$E_N$	valor nominal do efeito das acções
$E_d$	valor de cálculo do efeito das acções
$F_X$	função de distribuição cumulativa
$f_X$	função de densidade de probabilidade
$F_{rep}$	valor representativo do efeito das acções
$FEL\ i$	função de estado limite $i$
$FS$	coeficiente de segurança global
$G_m$	módulo de distorção do terreno
$G_v$	carga vertical de carácter permanente
$h_v$	função de amostragem por importância
$i_q$	coeficiente adimensional para a inclinação da carga (aplicado ao termo de profundidade)
$i_c$	coeficiente adimensional para a inclinação da carga (aplicado ao termo de coesão efectiva)
$i_\gamma$	coeficiente adimensional para a inclinação da carga (aplicado ao termo do peso volúmico)
$k$	coeficiente de diminuição de dispersão para os valores de combinação
$k_p$	coeficiente de impulso passivo
$k_s$	rigidez do suporte
$L$	distância à frente de escavação
$N$	número total de realizações
$n_C$	número de simulações para aproximação de Chebychev
$n_N$	número de simulações para aproximação à distribuição normal

$N_q$	coeficiente adimensional para a capacidade resistente do terreno (aplicado ao termo de profundidade)
$N_\gamma$	coeficiente adimensional para a capacidade resistente do terreno (aplicado ao termo do peso volúmico)
$N_c$	coeficiente adimensional para a capacidade resistente do terreno (aplicado ao termo da coesão efectiva)
$N_i$	número de respostas necessárias no RSM a um polinómio de grau $i$
$\emptyset$	diâmetro do túnel
$P$	valor da pressão
$P_d$	pressão virtual no método de convergência-confinamento
$P_{eq}$	pressão de equilíbrio entre o terreno e o suporte
$P_i$	pressão interna no terreno devido ao suporte
$P_0$	tensão natural no maciço
$P_S$	probabilidade de sobrevivência
$p_f$	probabilidade de falha
$\overline{P_f}$	estimador da probabilidade de falha
$p_s^{max}$	pressão limite do suporte
$Q$	constante de deformação para a cabeça de ancoragem
$Q_v$	carga vertical de carácter variável
$q_r$	valor nominal da capacidade resistente do terreno
$R$	Raio do túnel
$R$	valor da resistência
$r$	fiabilidade
$R^2$	coeficiente de determinação
$\overline{R^2}$	coeficiente de determinação ajustado
$R_N$	valor nominal da resistêncial

$[R]$	matriz de correlação entre variáveis
$R_d$	valor de cálculo da resistência
$R_{pl}$	raio da coroa circular de pastificação
$S$	valor das acções
$s_l$	espaçamento longitudinal do suporte
$s_c$	espaçamento circunferencial do suporte
$T_{bf}$	carga última da pregagem ou cabo em teste de arrancamento
$u$	deslocamento do terreno
$u_d$	deslocamento prévio à instalação do suporte
$u_y$	deslocamento necessário ao início da cedência do suporte
$u^e$	deslocamento em regime elástico
$u^{max}$	deslocamento máximo do terreno para uma pressão teórica nula
$u^{pl}$	deslocamento em regime plástico
$U_i$	variável padrão $i$
$U_{eq}$	deslocamento de equilíbrio entre o terreno e o suporte
$Var(x)$	variância da variável $x$
$X_d$	valor de cálculo da propriedade $X$
$X_k$	valor característico da variável $X$
$X_i$	variáveis básicas
$X_{max}$	valor superior da variável na combinação
$X_{med}$	valor médio da variável na combinação
$X_{min}$	valor inferior da variável na combinação
$X^*$	ponto de dimensionamento da variável $X$
$Z$	função de estado limite

## Símbolos gregos

$\alpha$	nível de confiança
$\alpha_i$	coseno director do segmento $\beta$ referente à variável $i$
$\beta$	índice de fiabilidade
$\beta_{HL}$	índice de fiabilidade de <i>Hasofer-Lind</i>
$\beta_T$	índice de fiabilidade objectivo
$\gamma$	peso volúmico do terreno
$\gamma_X$	coeficiente de segurança aplicado ao parâmetro X
$\Delta$	medida de penalização para o conjunto de coeficientes parciais
$\delta$	complementar do nível de confiança
$\varepsilon$	erro admitido
$\varepsilon_r$	deformação radial
$\varepsilon_u^{max}$	valor limite para a deformação
$\kappa$	curvatura da função
$\lambda$	coeficiente de descompressão ou perda de confinamento
$\mu_i$	valor médio da variável $i$
$\mu_{Xi}^N$	média da variável normal equivalente
$\nu$	coeficiente de poisson
$\xi$	relação entre o raio plástico e o raio do túnel
$\nu_{pf}$	coeficiente de variação da probabilidade de falha
$\rho_{i,j}$	coeficiente de correlação entre a variável $i$ e a variável $j$
$\sigma_i$	desvio padrão da variável $i$
$\sigma_{ys}$	tensão de cedência no aço
$\sigma_{cc}$	resistência à compressão uniaxial no betão
$\sigma_{Xi}^N$	desvio padrão da variável normal equivalente

$\sigma_{\frac{2}{P_f}}^2$	variância associada ao estimador da probabilidade de falha
$\Phi$	função de distribuição normal reduzida
$\phi'$	ângulo de resistência ao corte
$\Psi_i$	coeficiente para a determinação do valor de combinação
$\psi$	ângulo de dilatação
$\gamma$	quociente entre o erro e a probabilidade de falha



# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Actualmente, a verificação da segurança estrutural em geotecnia desenrola-se num quadro normativo estabelecido pelos Eurocódigos estruturais, em particular os Eurocódigos 0, 1, 7 e 8. Nestes, as metodologias de cálculo abordadas são de índole semi-probabilística, onde as diferentes fontes de incerteza são consideradas através de coeficientes parciais, que afectam os efeitos das acções, as propriedades dos materiais e as grandezas geométricas. Na base destas abordagens está, idealmente, uma avaliação do tipo probabilística, que permite a calibração destes coeficientes. A sua utilização pretende, de forma implícita, garantir que a probabilidade de falha se mantém dentro de determinados níveis, tidos como suficientemente baixos. Note-se que esta abordagem é fundamentalmente indicada para estruturas correntes. Sempre que se trate de obras mais sensíveis e/ou complexas, a avaliação da segurança deverá passar por outro tipo de abordagens.

A verificação de segurança passa assim pela utilização de um conjunto de coeficientes parciais, que pretende implicitamente assegurar um determinado nível de fiabilidade à estrutura, nível esse variável e dependente, por exemplo, do tipo de estrutura, do local onde se insere e do risco que o seu colapso tem (económico e social).

Em alternativa, a avaliação da segurança passa pela realização de uma análise de fiabilidade onde a probabilidade de falha seja explicitamente avaliada. Uma das principais vantagens desse tipo de análise face à utilização dos Eurocódigos, está na possibilidade de considerar, nesta avaliação, as incertezas no que diz respeito aos parâmetros intervenientes no fenómeno, o que é particularmente importante na engenharia geotécnica. Para a realização de uma análise de fiabilidade, estão disponíveis diversos tipos de métodos, que embora se baseiem em princípios diferentes, permitem uma avaliação explícita da probabilidade de falha.

Outro dos pontos fundamentais na análise geotécnica é a existência de modelos de cálculo algébricos, que permitam uma análise do problema em consideração. Neste campo, está cada vez mais generalizada a utilização dos designados *Métodos de Elementos Finitos* (FEM), que permitem a avaliação e análise de problemas complexos e muitas vezes mais abrangentes da engenharia geotécnica. Explorar a utilização destes métodos em conjunto com as abordagens de análise de fiabilidade é, por isso, um ponto de particular interesse.

Introduzem-se de seguida alguns dos conceitos fundamentais e transversais a este tema, presentes ao longo de todo o texto.

## 1.2. SEGURANÇA ESTRUTURAL EM GEOTECNIA

### Segurança

O conceito de segurança estrutural está ligado não ao risco do colapso da estrutura em si, mas ao risco que este poderá representar a pessoas. Está também relacionado com a componente financeira, reflectindo as preocupações que existem para a minimização de custos totais, considerando a fase construtiva, quer durante e a fase de utilização da estrutura.

Qualquer pessoa tem uma confiança intrínseca relativamente às estruturas e reconhece consciente ou inconscientemente que a probabilidade de falha da mesma, isto é, de não respeitar as condições para as quais foi dimensionada, é muito reduzida. Obviamente que esta noção se deve adequar quer ao tipo de estrutura quer ao local e região de inserção, sendo que a fiabilidade requerida para diferentes situações é também diferente. Saliente-se o facto de, embora a maioria das estruturas possuir um elevado nível de fiabilidade, a segurança total e, por consequência, o risco nulo, são inatingíveis.

A garantia de um nível adequado de fiabilidade requer o conhecimento realista da gama de parâmetros de projecto, com consideração da sua variabilidade intrínseca. Este último ponto é de particular importância na engenharia geotécnica, já que os parâmetros de cálculo geotécnico, além de difícil quantificação, podem exibir uma grande variabilidade entre ambientes geológicos e, mesmo dentro dum mesmo ambiente sob a forma de variabilidade espacial à qual se deve adicionar a variabilidade estatística, local.

### Probabilidade de falha

A fiabilidade é definida como sendo a capacidade da estrutura (ou elemento estrutural) cumprir os requisitos para as quais foi dimensionada, durante o período de vida útil [1].

Relacionado com a fiabilidade, será importante explicitar o conceito de *probabilidade de falha* ( $p_f$ ), que pode ser definida como a probabilidade de uma estrutura não vir a desempenhar as funções para as quais foi projectada, em alguma ocasião no decurso do seu tempo de vida útil [2]. Pretende-se que esta probabilidade assuma valores muito baixos na maioria das estruturas, assegurando, em consequência, um nível de fiabilidade estrutural suficientemente elevado.

As estruturas deverão ainda cumprir alguns requisitos [1], no que diz respeito à:

- segurança, de modo a poderem suportar toas as acções que lhes são impostas durante a fase de execução e também de utilização;
- capacidade operacional, isto é, funcionalidade. A estrutura (ou elemento estrutural) deverá cumprir as condições especificadas, durante a sua utilização.

Cada um dos requisitos anteriores pode ser descrito por uma função de estado limite (ou função de desempenho). Para a sua definição deverão ser seleccionadas as variáveis relevantes (acções, propriedades dos materiais e grandezas geométricas), designadas por variáveis de base, podendo ser expressa da seguinte forma:

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

A condição  $Z = 0$  define a fronteira da superfície de rotura, no espaço n-dimensional das variáveis de base, assim designada por separar a região segura ( $Z > 0$ ) da região de falha ( $Z < 0$ ).

A probabilidade de falha corresponde pois à ocorrência de rotura, sendo portanto definida como:

$$p_f = p(Z < 0) = \int \dots \int_{g(\cdot) < 0} f_x(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (2)$$

onde  $f_x$  é a função de densidade da probabilidade conjunta de todas as variáveis aleatórias de base. A simplicidade aparente desta equação esconde, muitas vezes, uma dificuldade extrema na avaliação. Para contornar esta dificuldade, existem alguns métodos simplificados que estabelecem aproximações a este integral e que serão abordados adiante.

Tendo já sido definido o conceito, será importante referir que a fiabilidade  $r$  (*reliability*), que ao contrário da segurança, é quantificável, uma vez que representa a probabilidade complementar da probabilidade de falha.

$$r = 1 - p_f \quad (3)$$

É por isso expressa em termos probabilísticos, englobando normalmente a segurança, a funcionalidade e durabilidade da estrutura, conforme referido em [1].

Pode ainda ser quantificada de uma forma expressiva através de um índice,  $\beta$ , dito índice de fiabilidade, definido da seguinte forma:

$$\beta = \Phi^{-1}(-p_f) \quad (4)$$

onde  $\Phi$  é a função de distribuição da variável normal reduzida. De uma forma geral, para que uma estrutura corrente garanta um bom desempenho consideram-se para o índice de fiabilidade valores entre 3 e 5 aos quais correspondem valores de  $p_f$  entre  $10^{-3}$  e  $10^{-7}$  [1].

Com base neste índice, são definidas classes de fiabilidade das estruturas [1], as quais permitem agrupá-las em diversas categorias fundamentalmente através das consequências potenciais da sua rotura.

A segurança estrutural é por isso fundamentalmente um problema de natureza estatística. Uma estrutura diz-se fiável no caso da sua probabilidade de falha ser suficientemente reduzida ou, na prática, inferior a um valor de referência convencionado.

### Incertezas associadas à análise geotécnica

Em qualquer problema de Engenharia Civil, por melhor que este seja definido ou por mais sofisticado o modelo utilizado, existem sempre incertezas associadas.

O conjunto de todas as incertezas associadas à análise estrutural pode ser encontrado na bibliografia [3]. Apresenta-se de seguida a selecção das incertezas com particular importância em projecto geotécnico:

- de modelação, que reflectem a impossibilidade que qualquer modelo adoptado tem de descrever, com rigor absoluto, o comportamento real do sistema. Estas diferenças podem resultar da adopção de hipóteses simplificativas necessárias, fruto da grande complexidade do sistema real; por ignorância de alguns processos actuantes no sistema real, ou por outras condições ou efeitos desconhecidos de algumas variáveis em causa;
- físicas, associadas às acções, às propriedades dos materiais ou à geometria, resultando da incapacidade de prever, com certeza, os seus valores reais. Decorrem da dispersão estatística intrínseca destes parâmetros, e da sua variabilidade no tempo ou no espaço;
- estatísticas, que provêm sobretudo por insuficiência na recolha de dados ou falta de homogeneidade dos resultados ou amostras. É particularmente importante em geotecnia, já que o projecto geotécnico se baseia fundamentalmente com base em resultados de prospecção, ensaios de campo e laboratoriais, na maior parte das vezes em número muito reduzido.

Neste caso, a incerteza pode ser considerada na análise através da consideração de parâmetros estatísticos (como sejam a média e o desvio padrão), substituindo assim a utilização dos parâmetros determinísticos por variáveis aleatórias.

## **1.3. OBJECTIVOS**

Pretende-se neste trabalho, em primeiro lugar, abordar alguns dos métodos disponíveis para a avaliação de segurança e análise de fiabilidade, descrevendo as metodologias de estudo e o intuito de cada uma. Estes métodos são mais tarde aplicados em dois casos de estudo, nos quais se pretende comparar, entre si, estas abordagens de estudo, no que diz respeito à sua precisão, convergência e possibilidade de utilização, nas diversas situações, bem como da sua praticabilidade em situações correntes.

Sendo a sua utilização em projecto cada vez mais frequente, procura-se ainda explorar a possibilidade de realização de análises de fiabilidade recorrendo a software comercial de cálculo numérico, utilizando para tal o método das superfícies de resposta. Explora-se a sua precisão e também a sua aplicabilidade à análise de fiabilidade em geotecnia, quando combinado com resultados provenientes destas análises. Procura-se perceber, em que medida, podem estas

metodologias constituir alternativas coerentes e fidedignas, procurando a melhor forma para a sua utilização.

Pretende-se por último abordar o problema da calibração de coeficientes parciais. Procede-se à abordagem de algumas das técnicas existentes para esta calibração e procura-se, por último, utilizar uma destas de forma a concluir o trabalho com uma proposta de calibração dos mesmos para o caso da fundação superficial.

## **1.4. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

No capítulo 1 apresentam-se algumas considerações iniciais gerais e os objectivos fundamentais deste trabalho, fazendo-se ainda uma breve introdução aos conceitos fundamentais da segurança estrutural em geotecnia, relevantes para o seguimento do trabalho.

No capítulo 2, descrevem-se os métodos de verificação de segurança, incluindo algumas metodologias de análise de fiabilidade. A descrição e metodologia de aplicação do método das superfícies de resposta encontra-se no capítulo 3.

No capítulo 4 apresentam-se os casos de estudo e todas as análises efectuadas nestes, de acordo com as metodologias descritas nas secções anteriores. Estudam-se os casos da fundação superficial e do túnel em cavidade circular.

O capítulo 5 corresponde ao desenvolvimento do estudo sobre a calibração dos coeficientes parciais, incluindo metodologias de abordagem do problema, apresentando ainda os resultados e a discussão de uma proposta de coeficientes para o caso de uma fundação superficial, em terreno areno-siltoso.

As conclusões são, por último, apresentadas no capítulo 6, no qual também se sugerem alguns pontos para investigação futura.



## 2. MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE SEGURANÇA

### 2.1. INTRODUÇÃO

Filosofias diversas podem ser utilizadas para abordar a problemática da segurança em projecto geotécnico. Estas abordagens não pretendem constituir uma medida exacta da segurança nem devem ser encaradas como tal pelo projectista. Devem, antes, servir de apoio às decisões a tomar no decurso do projecto, no que diz respeito ao controlo da segurança.

O controlo da segurança no projecto geotécnico inclui os seguintes métodos de cálculo [4]:

- a) coeficiente de segurança global (FS);
- b) abordagem dos piores valores credíveis;
- c) abordagem dos valores extremos;
- d) coeficientes parciais – Nível I;
- e) teoria da fiabilidade – Níveis II e III.

Este trabalho irá abordar fundamentalmente os métodos d) e e), fazendo-se ainda uma breve referência ao método a).

Quanto à fiabilidade estrutural, existem diversas abordagens possíveis ao seu estudo, com diferentes graus de sofisticação e de exactidão. Estas possibilidades são geralmente organizadas por diferentes níveis, tal como é sugerido em [3] e como foi já referido acima (métodos d) e e)), fazendo-se seguidamente referência aos mesmos. Cada tipo de metodologia é identificado por um cardinal romano que descreve o nível de sofisticação e de exactidão, nível III (mais complexo e exacto), II ou I (mais rudimentar e de menor exactidão), pelo que parece razoável iniciar a sua descrição, breve, por este último nível.

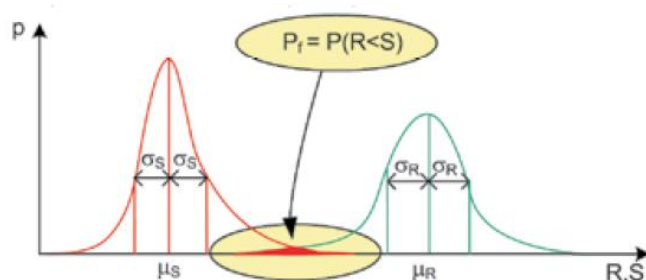
- ✓ Nível III – A este nível correspondem os designados “Métodos Probabilísticos Exactos”. A probabilidade de rotura é determinada com base na distribuição conjunta das variáveis aleatórias de base, podendo para isso utilizar a integração analítica ou integração numérica.

Embora não sendo referido como método exacto, será necessário clarificar que também o método de Monte-Carlo poderá dar resultados exactos, dependendo apenas da existência de um conjunto suficientemente elevado de resultados para proceder à análise.

Os métodos totalmente probabilísticos fornecem, à partida, as verdadeiras respostas ao problema da fiabilidade, no entanto, em geral estes métodos não são muito utilizados, já que para além da demora na sua implementação, o analista depara-se

frequentemente com escassez de dados estatísticos representativos das variáveis de base.

A medida de fiabilidade deverá ser identificada com a probabilidade de sobrevivência  $P_s = 1 - p_f$ , para um dado período de referência. No caso do valor alcançado ser inferior a um determinado valor de referência, a estrutura é considerada “não segura”.



**Figura 1 - Métodos Probabilísticos Exactos [5]**

Na Figura 1, está representada a cor encarnada a distribuição duma acção hipotética com valor médio  $\mu_S$ , sendo que a distribuição estatística da resistências correspondente está indicada a azul, com o correspondente valor médio  $\mu_R$ .  $\sigma_S$  e  $\sigma_R$  correspondem, respectivamente, ao desvio padrão das acções e das resistências. A ocorrência de falha corresponde à gama de valores da abcissa sob a região sombreada a encarnado, limitada superiormente, à vez, por cada uma das curvas referidas. A respectiva probabilidade é numericamente igual à área dessa região.

- ✓ **Nível II** – São designados por “Métodos Probabilísticos Aproximados”, tendo sido desenvolvidos dada a grande dificuldade existente na resolução e determinação da probabilidade de falha directamente a partir do integral da equação (2), correspondente aos métodos de nível III.

Estes métodos são baseados em aproximações das superfícies de rotura por formas mais simples (como sejam por exemplo superfícies quadráticas), em torno de localizações específicas, designadas por pontos de dimensionamento.

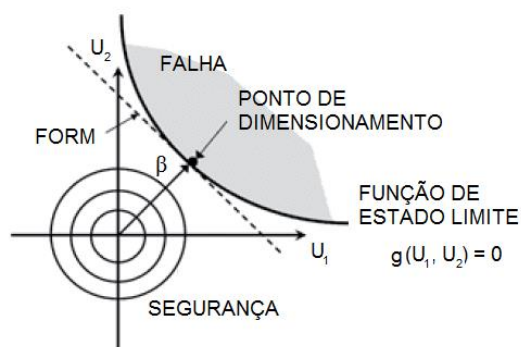
O cálculo explícito da probabilidade de falha é substituído pela determinação do índice de fiabilidade  $\beta$ , sem prejuízo da sua conversão em probabilidade de falha  $p_f$ , através da Equação (4)

No caso de serem utilizadas aproximações lineares à superfície de desempenho  $Z = 0$ , os métodos designam-se por FORM (“First Order Reliability Methods”). Se, por outro lado, se utilizarem aproximações de segunda ordem à função de estado limite, então os métodos designam-se por SORM (“Second Order Reliability Methods”).

Estes métodos, embora aproximados, conduzem a resultados que podem ser considerados suficientemente rigorosos para a maioria das aplicações correntes.



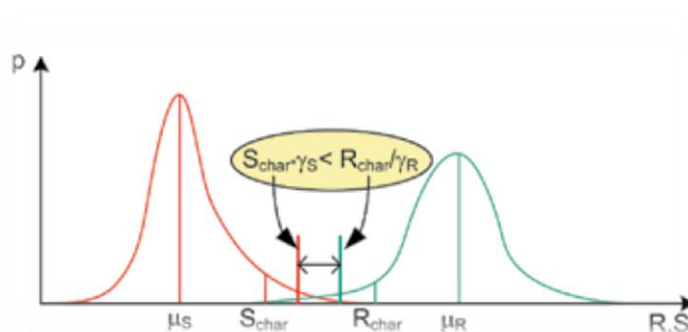
A Figura 2 representa uma aproximação do tipo linear (traço interrompido) à função de estado desempenho (a cheio). O índice  $\beta$  corresponde à distância da origem ao ponto de dimensionamento (assunto aprofundado adiante).



**Figura 2 - Aproximação do tipo FORM (adaptado de [6])**

- ✓ **Nível I** – Constituído pelos chamados “Métodos Semi-Probabilísticos”. A este nível correspondem as actuais verificações de segurança com base nos coeficientes de segurança parciais, propostas no corpo dos Eurocódigos. Estes coeficientes parciais podem ser definidos por métodos de base probabilística, visando um nível de fiabilidade concreto, ou calibrados de modo a obter um certo nível de desempenho. Afectam os valores característicos das acções, as propriedades dos materiais, as resistências e as grandezas geométricas.

O método está por isso relacionado com a probabilidade de rotura, mas de uma forma indirecta, ou seja, a probabilidade de rotura pretendida é assegurada forma indirecta.



**Figura 3 - Métodos Semi-probabilísticos [5]**

Conforme é sugerido pela Figura 3, a verificação da segurança é realizada multiplicando e dividindo, respectivamente, o valor característico do efeito das acções e das resistências pelo seus coeficientes parciais. Desta forma, obtêm-se quantilhos superiores (as acções) ou inferiores (nas resistências) o que assegura desta forma que a probabilidade de falha  $p_f$  seja mantida em valores adequadamente baixos.

Em qualquer um dos métodos de avaliação de segurança referidos anteriormente está presente, de uma ou de outra forma, a componente probabilística. Embora sejam actualmente os métodos mais utilizados, a avaliação da segurança nem sempre passou por análises deste tipo. Exemplo disso corresponde à utilização de métodos clássicos (do qual faz parte o método a)) para avaliação da segurança (aos quais se fará referência de seguida).

## 2.2. MÉTODOS CLÁSSICOS

Embora estejam gradualmente a ser abandonados em detrimento de métodos de base semi-probabilística ou mesmo probabilística, é importante fazer referência aos métodos clássicos de avaliação de segurança, uma vez que constituíram durante muito tempo a forma de avaliação da segurança do projecto geotécnico. Note-se que aos métodos clássicos não corresponde nenhum dos níveis de análise de fiabilidade atrás mencionados, uma vez que no seu desenvolvimento não intervieram conceitos probabilísticos.

Nestes métodos, todos os parâmetros são introduzidos sem consideração da sua natureza estatística, sob a forma de valores nominais. Ao contrário das análises probabilísticas, a verificação da segurança é feita de forma determinística através da utilização, por exemplo, dos chamados “Coeficientes de Segurança Globais” ou dos “Factores de Carga”.

### Coeficientes de Segurança Globais

A ideia fundamental na utilização destes métodos é muito simples: determina-se a resistência nominal e igualmente o valor nominal do efeito das acções - em ambos os casos, correspondem a valores conservativos, fixados com bases não estatísticas, sendo estabelecidos, por exemplo, a partir da experiência do projectista ou da prática consagrada numa dada situação comparável. No entanto, na definição destes valores nominais, impera a razoabilidade estatística, sendo que os valores adoptados correspondem na prática, muitas das vezes, a um valor médio, subtraído ou adicionado de um múltiplo do desvio padrão.

A razão entre os dois valores, respectivamente, constitui o coeficiente de segurança global (FS) para essa estrutura ou elemento estrutural, sendo definido na seguinte forma:

$$FS = \frac{R_N}{E_N} \quad (5)$$

O coeficiente de segurança global – FS – é definido para as cargas de serviço, em função do comportamento da estrutura como um todo, ou para cada elemento estrutural.

O valor de FS admissível varia consoante a verificação de segurança a realizar, dependendo igualmente do tipo (ou importância) de obra em consideração, podendo variar entre 1,5 e cerca de 3 [7].

A experiência acumulada com a observação das obras e a avaliação da adequabilidade do seu dimensionamento (ou ao contrário, da inadequabilidade associada às roturas) permitiu reunir um acervo de valores recomendados para o dimensionamento com base no coeficiente de segurança, apresentando-se um desses exemplos na Tabela 1. Estes são, como se disse, valores normalmente utilizados, tendo sido definidos pela prática profissional, dada a sua utilização resultar num bom comportamento da estrutura, quer na prevenção da rotura quer na manutenção da sua funcionalidade.

**Tabela 1- Proposta para coeficientes globais de segurança – Adaptado de [8] [9]**

<u>Estrutura</u>	<u>FS</u>	<u>FS</u>
<b>Obras de Terra</b> (aterros, barragens,...)	1.2 - 1.6	1.3 - 1.5
<b>Muros de Suporte</b>	1.5 - 2	1.5 - 2
<b>Escavações</b>	-	1.5 - 2
Estacas Prancha	1.2 - 1.6	-
Supportadas temporariamente	1.2 - 1.5	-
<b>Fundações</b>	-	2 - 3
Contínuas	2 - 3	-
Ensoleiramento Geral	1.7 - 2.5	-

Na maioria dos casos de projecto geotécnico, o conjunto de incertezas existentes na definição dos valores nominais dos parâmetros leva frequentemente a escolhas bastante conservativas para os valores dos mesmos, o que pode conduzir a um sobredimensionamento. Por outro lado, se a definição dos valores nominais for demasiado optimista e não prever possíveis desvios desfavoráveis destes parâmetros, poderá dar-se o caso de sobrestimação do coeficiente de segurança e nesse caso, com consequências potenciais bastante mais graves.

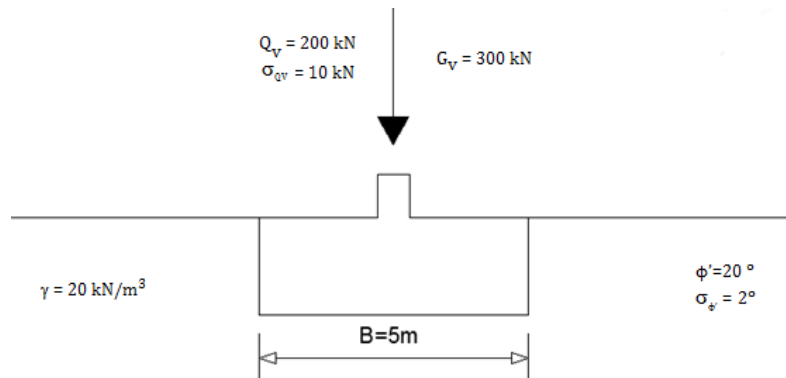
A título ilustrativo, determine-se o coeficiente de segurança global referente à capacidade resistente de uma fundação directa.

#### **Exemplo:**

A menor dimensão da sapata, em planta, é de  $B = 5m$ , considerando-se um comprimento muito superior à largura, podendo assim assumir-se, sem grande prejuízo nos cálculos, um “comprimento infinito”. Considere-se que esta sapata está sujeita a um carregamento vertical e centrado, de carácter permanente e de valor  $Gv = 300 \text{ kN}$  por unidade de comprimento; considere-se ainda uma carga de características semelhantes à anterior, mas de carácter variável e normalmente distribuída, com valor médio  $Qv = 200 \text{ kN}$  e desvio padrão  $\sigma_{Qv} = 20 \text{ kN}$ .

Desprezando a parcela correspondente à parte enterrada, considere-se o cálculo em condições drenadas, para um terreno cujo ângulo de resistência ao corte é uma variável normalmente distribuída, de valor médio  $\phi' = 20^\circ$  e desvio padrão  $\sigma_{\phi'} = 2^\circ$ , com parcela coesiva desprezável e cujo peso volúmico é  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ , com variabilidade estatística desprezável.

Na resolução deste exemplo, são utilizadas as expressões analíticas referentes à capacidade de carga e dos coeficientes adimensionais dados como exemplo de método de cálculo no Anexo D da EN - NP 1997.



**Figura 4 – Problema ilustrativo da verificação da segurança de uma sapata corrida**

Aos valores nominais são normalmente atribuídos valores médios, tendo sido essa a opção tomada.

Nestas condições, a capacidade resistente pode ser obtida através da expressão:

$$N_q = e^{\pi \cdot \tan \phi'} \left[ \tan \left( 45 + \frac{\phi'}{2} \right) \right]^2 = e^{\pi \cdot \tan 20^\circ} [\tan(55^\circ)]^2 \approx 6,4$$

$$N_\gamma = 2 (N_q - 1) \tan \phi' = 2 \cdot 5,4 \cdot \tan 20^\circ = 3,93$$

o que conduz a valor nominal da resistência de

$$q_r = \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 5 \cdot 3,93 \approx 196 \text{ kPa}$$

sendo a tensão nominal aplicada na base da sapata igual a

$$q = \frac{300 + 200}{5 \cdot 1} = \frac{500}{5} = 100 \text{ kPa}$$

Obtém-se finalmente o coeficiente de segurança global ( $FS$ ):

$$FS = \frac{q_r}{q} = \frac{196,52}{100} \approx 1,97$$

No caso de uma sapata contínua, os valores propostos na Tabela 1 situam o coeficiente de segurança entre 2 e 3. Com um valor obtido de  $FS = 1,97$ , não está garantida a segurança, de acordo com esta metodologia.

### Factor de Carga

O factor de carga representa o escalar multiplicativo que, afectando o conjunto de acções da estrutura, provoca o seu colapso.

Será necessário determinar o conjunto de cargas que ocorrem nas condições de utilização da estrutura, sendo a resistência determinada considerando um comportamento rígido-plástico dos materiais.

Embora a noção seja semelhante à dos coeficientes de segurança globais, a diferença essencial reside no facto de este ser estabelecido para o valor das cargas que provoca o colapso no que diz respeito ao comportamento global da estrutura e não de cada elemento estrutural. Admite assim a capacidade de plastificação dos elementos e transferência de cargas.

## **2.3. MÉTODOS PROBABILÍSTICOS EXACTOS (NÍVEL III)**

### **2.3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Como se disse anteriormente, o método de *Monte-Carlo* é tão mais preciso quanto maior for o número de realizações consideradas de um determinado evento, aproximando-se, assim, dos resultados exactos. Desta forma, é incluído na categoria dos métodos probabilísticos exactos, sendo que apenas se fará referência ao mesmo, devido à dificuldade de utilização e implementação de análises numéricas ou analíticas. Por outro lado, além de ser de fácil compreensão, o método de Monte-Carlo é também adaptável a diferentes tipos de situação.

### **2.3.2. O MÉTODO DE MONTE-CARLO**

O método de *Monte-Carlo* consiste num conjunto de técnicas científicas que utilizam simulações geradas com base em parâmetros aleatórios e que produzem conjuntos geralmente largos de respostas, que podem depois ser utilizadas na resolução do problema.

Estes processos podem ser divididos em duas áreas de aplicação [10]:

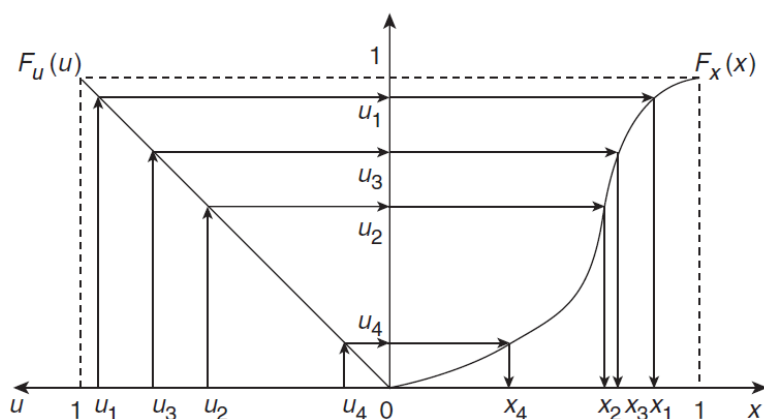
- Processos estocásticos, no estudo do comportamento de processos aleatórios, isto é, que sejam descritos por variáveis aleatórias;
- Processos determinísticos, que embora não sejam inerentemente estocásticos podem também ser resolvidos por simulação com variáveis aleatórias.

No contexto da análise da fiabilidade estrutural, apenas a primeira área de aplicação é relevante, sendo apenas esta abordada.

Pretende-se que este método substitua as difíceis metodologias expostas em pontos anteriores, através da análise estatística de um conjunto suficientemente numeroso de eventos aleatórios.

É necessário gerar um conjunto realizações compatíveis com a função de densidade de probabilidade da variável aleatória em causa. Para tal, é utilizado um gerador de números aleatórios, que produz valores entre 0 e 1. Existem vários algoritmos e técnicas que permitem a geração destes valores. Exemplo disso são as técnicas de geração de números pseudo-aleatórios – números que embora aparentem distribuição aleatória, são gerados por cálculos determinísticos – que se torna um método de fácil implementação computacional, ou as sequências de baixa discrepância (*LDS*), que permitem uma distribuição mais uniforme dos pontos gerados. Estes e outros métodos podem ser encontrados na bibliografia [11] [12].

Estas técnicas são geradoras de números aleatórios entre 0 e 1, com distribuição uniforme. No entanto, na maior parte das vezes, são utilizadas outras distribuições que não esta, sendo necessário proceder à sua conversão de acordo com a distribuição da variável em causa [10]. Uma vez gerada a sequência de números aleatórios uniformemente distribuído e determinando o inverso da função de distribuição cumulativa ( $F_x^{-1}$ ), obtém-se a sequência de números com a distribuição desejada. Esta ideia é ilustrada na Figura 5.



**Figura 5 – Ilustração do conceito de geração de número aleatório  $x_i$  com distribuição não uniforme a partir de um número  $u_i$  gerado por distribuição uniforme [12]**

O processo anterior implica a independência entre as variáveis em questão, ou seja, a sequência de números gerada para uma variável é totalmente independente da que é gerada para outra do mesmo problema.

Tem, por isso, especial relevância a geração de sequências de números correlacionadas, já que em grande parte das aplicações em engenharia algumas variáveis apresentam-se correlacionadas entre si. Esse processo é baseado no algoritmo de *Cholesky* e pode igualmente ser encontrado na bibliografia [10]. O conceito de correlação entre variáveis é aprofundado adiante.

São gerados valores aleatórios para as variáveis básicas (vector das variáveis básicas). Para cada simulação, a função de estado limite do problema é avaliada:

$$g_K = g(a_0, X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{nk}) \quad (6)$$

onde  $k$  representa o número de ordem da realização em causa.

Identificando as realizações que verificam a condição  $g_k < 0$  (isto é, que se encontram no subdomínio da rotura), a probabilidade de falha no universo estatístico pode ser aproximada pela razão de Laplace:

$$\overline{p_f} = \frac{N_f}{N} \quad (7)$$

onde  $N$  representa o número total de realizações e  $N_f$  o número de casos em que  $g_k < 0$ .

Se a dimensão da amostra for suficiente, então  $\overline{p_f} \approx P_f$ , ou seja, a probabilidade de falha na amostra pode ser tomada como aproximadamente igual à probabilidade de falha real, isto é, no universo estatístico. Quanto maior aquela dimensão, menor o erro da aproximação efectuada. Tendo como base a lei dos grandes números, mostra-se [13] [14] que a variância associada ao estimador da probabilidade de falha pode ser dada por:

$$\sigma_{\overline{p_f}}^2 = \frac{p_f(1 - p_f)}{N} \quad (8)$$

Por outro lado, para valores baixos de probabilidade de falha, o seu coeficiente de variação pode ser aproximado por [2]:

$$v_{p_f} = \frac{1}{\sqrt{N \cdot p_f}} \quad (9)$$

Do anterior pode-se inferir que à medida que o número de simulações cresce, a incerteza associada à probabilidade de falha diminui, uma vez que a variância da estimativa da probabilidade controla essa incerteza.

### 2.3.3. PRECISÃO E CONVERGÊNCIA

Como foi já dito anteriormente, a precisão do método está dependente do número simulações realizadas. Como tal, há que determinar o número mínimo de realizações, de forma a assegurar o nível de precisão pretendido nos resultados alcançados.

O número de simulações necessárias depende não só do erro ( $\varepsilon$ ) admitido mas também do nível de confiança ( $1 - \delta$ ) requerido, isto é, a probabilidade do erro ser mantido abaixo do valor  $\varepsilon$  definido.

Sugerem-se duas aproximações, cujas demonstrações podem ser encontradas na bibliografia sobre o assunto [10], baseadas na:

- Aproximação de *Chebychev*

$$n_C(\varepsilon, \delta) = \frac{1}{4\delta\varepsilon^2} \quad (10)$$

ou alternativamente, em função da probabilidade de falha, para  $\varepsilon = Y \cdot p_f$ :

$$n_C(\varepsilon, \delta) = \frac{1}{\delta Y^2 p_f} \quad (11)$$

- Aproximação à distribuição *Normal*

$$n_N(\varepsilon, \delta) = \left[ \frac{\Phi^{-1}(1 - \delta/2)}{2\varepsilon} \right]^2 \quad (12)$$

A avaliação de *Chebychev* é tida como sendo muito conservativa, sendo que a aproximação a distribuição normal corresponde a uma versão mais próxima da realidade.

Os valores obtidos são sempre arredondados ao inteiro seguinte.

Listam-se na Tabela 2, os resultados para um conjunto alargado de valores de  $\varepsilon$  (erro), para os níveis de confiança ( $\alpha$ ) de 90 e 95% .

**Tabela 2 – Número de simulações necessárias – Método de Monte-Carlo [10]**

$\varepsilon$	Nível de confiança de 90%		Nível de confiança de 95%	
	$n_C$	$n_N$	$n_C$	$n_N$
0,005	100000	27055	200000	38415
0,01	25000	6764	50000	9604
0,02	6250	1691	12500	2401
0,03	2778	752	5556	1067
0,04	1563	423	3125	600
0,05	1000	271	2000	384
0,1	250	68	500	96
0,2	63	17	125	24
0,3	28	8	56	11
0,4	16	4	31	6
0,5	10	3	20	4



### 2.3.4. MÉTODOS DE REDUÇÃO DE VARIÂNCIA

Apresentou-se, na secção anterior, o que pode ser chamado como método de Monte-Carlo “em bruto”, onde um conjunto de pontos aleatoriamente distribuídos é gerado e os resultados para cada conjunto registados.

Como foi já visto, para valores baixos de erro pretendido poderá ser necessária a geração de quantidades elevadas de números aleatórios, o que pode por vezes ser muito exigente a nível computacional e tornar o método inexequível na prática. O recurso aos métodos de redução de variância – um conjunto de técnicas que permite aumentar a precisão dos resultados, para o mesmo número de simulações ou, de outra forma, permite reduzir o número de simulações necessárias para atingir os mesmos resultados – constitui uma alternativa prática a que frequentemente se recorre.

Estes métodos utilizam a informação disponível acerca do problema a fim de diminuir a variância. Desta forma, para utilizar estas técnicas, é necessário introduzir informação sobre o problema, que pode ser obtida através da realização de análises prévias.

Métodos como a amostragem selectiva (*Importance Sampling*) ou as cadeias de *Markov* podem ser utilizados. Apenas se aborda o primeiro, de forma resumida, sendo que o seu estudo intensivo, bem como do método de *Markov*, pode ser encontrados na bibliografia [12].

#### Amostragem Selectiva (*Importance Sampling*)

A ideia fundamental deste método é tornar a distribuição aleatória dos pontos o mais próxima possível das zonas que contêm a informação relevante para o problema, permitindo reduzir a geração de pontos sobre as zonas que não acrescentam informação, optimizando assim a análise.

A probabilidade de falha pode ser determinada através de [12]:

$$p_f = \int \dots \int I [g(X) \leq 0] f_X(X) dx \quad (13)$$

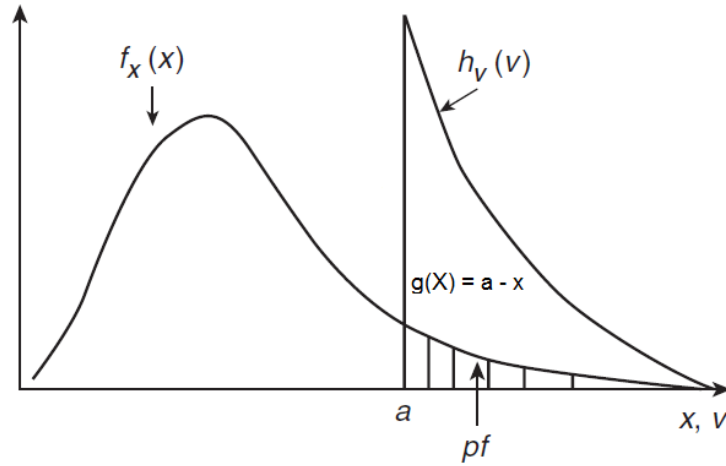
onde  $f_X(X)$  é a função de densidade de probabilidade e  $I$  é um indicadora da função, que identifica o domínio de integração e que pode ser definido da seguinte forma:

$$I(X) = \begin{cases} 1 & \text{se } g(X) \leq 0 \\ 0 & \text{se } g(X) \geq 0 \end{cases} \quad (14)$$

A equação (13) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$p_f = \int \dots \int I [g(X) \leq 0] \frac{f_X(X)}{h_v(X)} h_v(X) dx \quad (15)$$

onde  $h_v(X)$  é a função de amostragem por importância, que concentra os pontos na região de importância e funciona assim função de controlo.  $v$  é uma variável aleatória que segue a função de distribuição de probabilidade de  $h_v$ , tal como se ilustra na Figura 6.



**Figura 6 – Ilustração da função de importância para o caso de uma única variável – Adaptado de [12]**

De forma aproximada, a probabilidade de falha pode ser dada por:

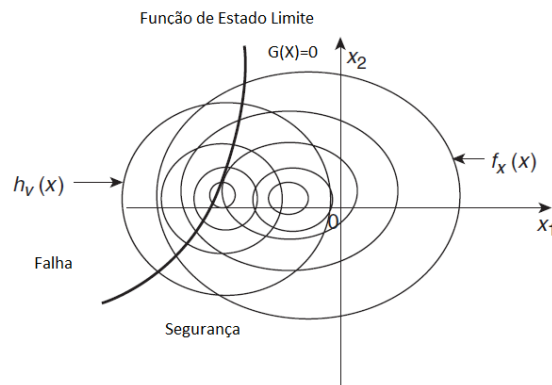
$$p_f \approx \frac{1}{N} \left( \sum_{j=1}^N I[g(v_j) \leq 0] \frac{f_X(v_j)}{h_V(v_j)} \right) \quad (16)$$

e finalmente a função de controlo de importância, proposta por *Rubinstein* [15]:

$$h_V(v) = \frac{I[g(v) \leq 0] f_X(v)}{p_f} \quad (17)$$

Uma das formas de seleccionar esta função, na prática, em análises de fiabilidade, está em estabelecer o valor médio da função no ponto de dimensionamento [16]. A região de importância corresponde ao domínio onde a função (de estado limite) tem valores negativos ( $g(X) \leq 0$ ) e o ponto de dimensionamento corresponde ao ponto mais provável, em caso de falha, pelo que aproxima a nuvem de pontos das regiões críticas.

Esta mesma ideia é ilustrada de seguida.



**Figura 7 – Ilustração do conceito de amostragem por importância (adaptado de [12])**

Se em vez da função não linear da figura se apresentasse uma correspondente linear, os pontos gerados nesta função  $h_v$  estariam em 50% dos casos na região de rotura. A convergência seria assim muito maior do que a que teria sido obtida pela utilização dos métodos de *Monte-Carlo* “em bruto”.

## 2.4. MÉTODOS PROBABILÍSTICOS APROXIMADOS (NÍVEL II)

### 2.4.1. INTRODUÇÃO

Embora a medida de fiabilidade deva ser identificada pela probabilidade de sobrevivência, a sua definição é, nestes métodos, convencionalmente feita pelo designado índice de fiabilidade ( $\beta$ ), podendo estas medidas ser relacionadas da seguinte forma:

$$p_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (18)$$

onde  $\Phi$  representa a distribuição normal reduzida. A relação entre ambas é ilustrada na tabela seguinte.

**Tabela 3 – Relação entre índice de fiabilidade  $\beta$  e probabilidade de falha  $P_f$**

$p_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,2

Uma vez que a filosofia subjacente à utilização dos Eurocódigos se baseia na gestão da fiabilidade, os valores recomendados para o índice de fiabilidade para uma dada estrutura dependem das consequências expressas em vidas humanas e perdas económicas, resultantes do colapso da mesma. Estas classes são ordenadas conforme indicado na Tabela 4 [1]:

**Tabela 4 - Classes de consequências [1]**

Classe de Consequências	Descrição	Exemplos de edifícios e de obras de engenharia civil
CC3	Consequências <b>elevadas</b> em termos de perda de vidas humanas; ou consequências económicas, sociais ou ambientais <b>muito importantes</b>	Bancadas, edifícios públicos em que as consequências do colapso são elevadas (por exemplo, uma sala de concertos)
CC2	Consequências <b>médias</b> em termos de perda de vidas humanas; consequências económicas, sociais ou ambientais <b>medianamente importantes</b>	Edifícios de habitação e de escritórios, edifícios públicos em que as consequências do colapso são médias (por exemplo, um edifício de escritórios)
CC1	Consequência baixa em termos de perdas de vidas humanas; e consequências económicas, sociais ou ambientais <b>pouco importantes</b> ou <b>desprezáveis</b>	Edifícios agrícolas normalmente não ocupados permanentemente por pessoas (por exemplo, armazéns), estufas

As classes de fiabilidade estão, como se disse, associadas a estas classes de consequências, apresentando-se de seguida os valores mínimos recomendados na avaliação dos estados limites últimos.

**Tabela 5 - Valores mínimos recomendados para  $\beta$  [1]**

Classes de fiabilidade	Valores mínimos de $\beta$	
	Período de referência de 1 ano	Período de referência de 50 anos
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

### 2.4.2. MÉTODO FORM

Para a determinação da probabilidade de falha, recorre-se muitas vezes aos métodos FORM, que baseiam, como se disse, em aproximações do primeiro grau à função de desempenho.

Estes métodos ramificam-se em dois outros fundamentais, os designados FOSM ("*First-Order Second-Moment Methods*"), métodos de primeira ordem (por se basearem numa aproximação de primeira ordem) com utilização momentos de segunda ordem (recorre a parâmetros estatísticos até à segunda ordem: valor médio e variância) e os métodos avançados de primeira ordem com momento de segunda ordem, os designados AFOSM ("*Advanced First-Order Second-Moment Methods*") (o qual é também designado por método de *Hasofer e Lind* [17], no caso das variáveis gaussianas).

Dadas as limitações do primeiro método, no presente texto apenas se fará referência ao segundo, o qual se descreve de seguida.

#### Método AFOSM para variáveis gaussianas (Método de Hasofer e Lind)

Embora não abordada neste texto, uma das limitações dos métodos FOSM é o facto do índice de fiabilidade ( $\beta$ ), para uma dada condição de desempenho, depender da forma da função de estado limite que expressa essa condição [3] [18]. Esta circunstância impossibilita uma avaliação da segurança com base na grandeza relativa dos valores de  $\beta$ .

*Hasofer e Lind* [17] propuseram uma metodologia com uma definição invariável relativamente à forma da função de estado limite do índice de fiabilidade, possibilitando assim a avaliação da segurança pela ordenação dos valores deste índice.

O primeiro passo para a abordagem do método é a definição da função de estado limite  $g(X)$ , onde  $X$  corresponde ao vector de todas as variáveis básicas aleatórias. Esta função deve depois ser padronizada, através da transformação do vector das variáveis básicas, conforme é detalhado de seguida.

- Funções de estado limite lineares (duas variáveis gaussianas independentes)

Considerando a título de exemplo a seguinte função linear de estado limite, com duas variáveis gaussianas e estatisticamente independentes (e, portanto, não correlacionadas):

$$g = g(R, E) = R - E = 0 \quad (19)$$

As variáveis aleatórias ( $R$  e  $E$ ), que podem ser entendidas como o efeito das acções e correspondente resistência oferecida pela estrutura, podem ser transformadas num novo par de variáveis padrão, isto é, de média nula e desvio padrão unitário, num processo dito de padronização ou standardização:

$$R_N = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad e \quad E_N = \frac{E - \mu_E}{\sigma_E} \quad (20)$$

Genericamente, o vector das variáveis básicas  $X_i$  deve ser normalizado num vector Gaussiano, em que as variáveis padrão assumem a forma:

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (21)$$

A função de estado limite  $g(X)$  é transformada na função de estado limite  $g(U)$ , cujo espaço está normalizado e onde as variáveis aleatórias  $U$ , são variáveis gaussianas padronizadas.

Retomando o exemplo, ambas as funções de densidade de probabilidade têm agora as mesmas propriedades estatísticas, com média nula e variância unitária. Ambas estão assim centradas no ponto 0, ou seja, na origem do sistema de coordenadas. Desta forma, as linhas de nível da função de densidade no espaço padronizado das variáveis são circunferências concêntricas, de centro na origem (ver Figura 5 (dir.)).

O índice  $\beta$  pode ser determinado através de considerações geométricas, uma vez que é igual à distância da origem do referencial à linha representativa do estado limite no espaço normalizado (no exemplo, uma recta), que representa a fronteira entre a segurança e a falha.

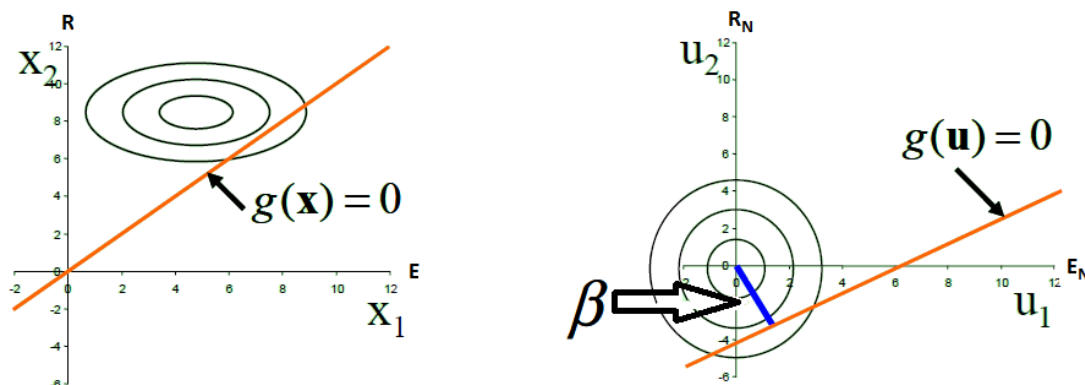
Se as variáveis  $R$  e  $E$  não forem correlacionadas, então esta distância ( $\beta$ ) é dada por:

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (22)$$

O índice  $HL$ , que corresponde às iniciais de *Hasofer e Lind*, é normalmente utilizado, explicitando que a metodologia utilizada para a determinação deste índice advém da proposta dos autores.

O ponto mais próximo da origem do referencial, sobre a função de estado limite é geralmente designado de ponto de dimensionamento, representando o ponto de maior densidade de

probabilidade (o mais “provável” em caso de falha). Esta ideia, bem como as anteriormente descritas, são seguidamente ilustradas.



**Figura 8 – Ilustração do método FORM para um caso bidimensional de uma função de estado limite linear com variáveis normalmente distribuídas no espaço original (esq.) e padronizada (dir.) [19]**

As coordenadas do ponto de dimensionamento são determinadas recorrendo aos factores de influência, os quais correspondem aos co-senos directores do segmento  $\beta$ , e que no caso simples em análise podem ser determinados por:

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_R^2}} \quad e \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_R^2}} \quad (23)$$

O co-seno director permite verificar o peso de cada variável na segurança. Quanto maior o seu valor absoluto mais relevante é o papel dessa variável na segurança da estrutura. O valor é positivo quando a variável correspondente proporciona um acréscimo de fiabilidade (quando um aumento no valor da variável provoca um aumento da fiabilidade) significando o efeito contrário no caso de ser negativo.

No sistema de coordenadas normalizado, as coordenadas dos pontos de dimensionamento são determinadas como sendo:

$$U_1 = E_N = \beta \cdot \alpha_1 \quad e \quad U_2 = R_N = \beta \cdot \alpha_2 \quad (24)$$

As coordenadas do ponto de dimensionamento do sistema normalizado são depois convertidas no sistema de coordenadas original da seguinte forma:

$$R = R_N \cdot \sigma_R + \mu_R \quad e \quad E = E_N \cdot \sigma_E + \mu_E \quad (25)$$

Relativamente às coordenadas de intersecção da função de estado limite (normalizada) com os eixos coordenados (eixos  $U_1$  e  $U_2$ , genericamente, ou no exemplo para  $E_N$  e  $R_N$ ) são respectivamente  $(\frac{\mu_R - \mu_E}{\sigma_E}, 0)$  e  $(0, -\frac{\mu_R - \mu_E}{\sigma_R})$

Verifica-se ainda que o índice de fiabilidade de *Hasofer e Lind*, embora sendo obtido de forma puramente geométrica, pode ser utilizado para determinar uma aproximação de primeira ordem da probabilidade de falha, recorrendo à distribuição normal, tal como apresentado na equação (18).

- Funções de Estados Limites lineares com múltiplas variáveis (com distribuição gaussiana e independentes)

Os problemas de engenharia civil são usualmente descritos através de um conjunto diversificado de variáveis aleatórias. No caso de estas serem normalmente distribuídas, a metodologia que se segue para múltiplas variáveis corresponde a uma extensão da metodologia abordada no ponto anterior.

A função de estado limite com múltiplas variáveis pode ser descrita na sua forma geral como:

$$g(X) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot X_i = M \quad (26)$$

Nesta equação,  $M$  representa a margem de segurança. Por resultar da combinação linear de variáveis com distribuição normal é igualmente uma variável normalmente distribuída, cujos valor médio e desvio padrão são determinados, respectivamente, da seguinte forma:

$$\mu_M = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot \mu_i \quad e \quad \sigma_M = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \cdot \sigma_i)^2} \quad (27)$$

onde  $\sigma_i$ ,  $\mu_i$  e  $a_i$  são, respectivamente, o desvio padrão, a média e o escalar associado a cada uma das variáveis básicas na função  $g(X)$ .

O factor de influência associado a cada variável pode ser determinado através de

$$\alpha_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_Z} \cdot a_i \quad (28)$$

(Nota:  $\sum \alpha_i^2 = 1$ )

O índice de fiabilidade e a probabilidade de falha são determinados analogamente ao caso anterior, tendo agora em conta a introdução um maior número de variáveis no problema.

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (29)$$

onde  $U$  tem o mesmo significado anterior. A probabilidade de falha pode ser determinada igualmente com base na equação (18).

Finalmente as coordenadas do ponto de dimensionamento, no sistema original.

$$X_i^* = \mu_{Xi} - \alpha_{Xi} \cdot \beta \cdot \sigma_{Xi} = \mu_{Xi} - \sigma_{Xi} \cdot U_i^* \quad (30)$$

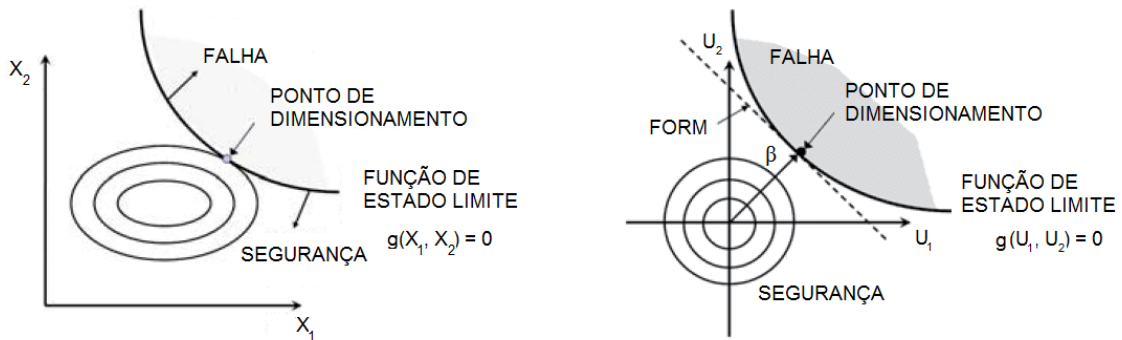
### Funções de Estados Limites não lineares

Apesar de se ter apresentado o caso em que, para múltiplas variáveis, a função de estado limite é linear, em geral a função de estado limite é uma função não linear.

Mantenha-se o vector  $X$  representando o sistema de coordenadas original e o vector  $U$  o sistema de coordenadas normalizadas (reduzidas). As zonas de segurança e rotura são definidas respectivamente  $g(U) > 0$  e  $g(U) < 0$  e o índice de fiabilidade de *Hasofer e Lind* ( $\beta_{HL}$ ) é igualmente obtido, traçando o menor segmento da origem do sistema coordenado até à função de estado limite, sendo o ponto de intersecção definido como ponto de dimensionamento. A probabilidade de falha é determinada analogamente ao já referido, a partir da equação (18).

A metodologia é mais complicada, pelo simples facto de a função de estado limite não ser linear.

Para simplificar o problema, *Hasofer e Lind* [17] recorrem a uma abordagem de linearização da função de estado limite, propondo que se realize no ponto de dimensionamento do espaço normalizado. O raciocínio é seguidamente ilustrado.



**Figura 9 - Aproximação do tipo FORM a uma função de estado limite não linear, no espaço original (Esq.) e no espaço normalizado (Dir.) – Adaptado de [6]**

Na prática é construída uma nova superfície de estado limite, um hiper-plano tangente à superfície de estado limite original no ponto de dimensionamento. O valor de  $\beta_{HL}$  é da mesma forma obtido como a menor distância da origem ao hiper-plano (Figura 9 (Dir.)). Para tal, é utilizado o desenvolvimento em séries de Taylor, truncado à primeira ordem, circunstância que figura na designação do método.

$$g \approx g(U_i) + \sum_{i=1}^n (X_i - U_i) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* \quad (31)$$

A aplicação do método dos multiplicadores de *Lagrange* à minimização da distância à origem permite obter o índice de fiabilidade da seguinte forma.



$$\beta_{HL} = - \frac{\sum_{i=1}^n U_i^* (\frac{\partial g}{\partial U_i})^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\frac{\partial g}{\partial U_i})^{*2}}} \quad (32)$$

Nesta expressão,  $(\frac{\partial g}{\partial U_i})^*$  representa a derivada parcial da função de estado limite  $g(U)$  em ordem a  $U_i$ , avaliada para o ponto de coordenadas  $(U_1^*, U_2^*, \dots)$ , ou seja, para as coordenadas do ponto de dimensionamento no espaço normalizado. Estas são obtidas através de:

$$U_i^* = -\alpha_i \cdot \beta_{HL} \quad (33)$$

$$\alpha_i = \frac{(\frac{\partial g}{\partial U_i})^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\frac{\partial g}{\partial U_i})^{*2}}} \quad (34)$$

e nas coordenadas originais, a partir da equação (30).

O algoritmo seguinte [20] pode ser utilizado para determinar o valor de  $\beta_{HL}$  e do ponto de dimensionamento  $U_i^*$ .

- 1) Definir a função de estado limite  $g(X)$ ;
- 2) Arbitrar as coordenadas para o ponto de dimensionamento (coordenadas originais) e determinar o ponto de dimensionamento no referencial normalizado (Eq. (21))
- 3) Determinar  $(\frac{\partial g}{\partial U_i})^*$  e  $\alpha_i$ , ambos no ponto de dimensionamento no espaço normalizado;
- 4) Obter um novo ponto  $U_i^*$ , em função de  $\beta_{HL}$ ;
- 5) Substituir este novo ponto na função de desempenho  $g(U^*)=0$ , resolvendo em ordem a  $\beta_{HL}$ ;
- 6) Utilizando o novo valor de  $\beta_{HL}$ , reavaliar  $U_i^* = -\alpha_i \cdot \beta_{HL}$ ;
- 7) Repetir o processo entre os passos 3 e 6 até ao valor de  $\beta_{HL}$  convergir.

Pode ainda definir-se matricialmente este índice, como se apresenta de seguida[21].

$$\beta = \beta_{HL} = \min \sqrt{(X - \mu)^T C^{-1} (X - \mu)} \quad (35)$$

ou de forma equivalente [22],

$$\beta = \beta_{HL} = \min \sqrt{\left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^T (R)^{-1} \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)} \quad (36)$$

Em ambas as equações, os valores de  $X$  são obtidos para a condição  $g(X) = 0$ .  $C$  representa a matriz de covariância e  $R$  a matriz de correlação. As variáveis podem por isso apresentar dependência estatística entre si.

Os coeficientes de correlação  $\rho_{i,j}$ , que compõem a matriz de correlação, avaliam em que medida uma determinada variável varia linearmente com outra. É importante reforçar esta noção de linearidade, já que embora possam ser correlacionadas, duas variáveis cuja relação seja fortemente não linear têm coeficientes de correlação desprezáveis.

O coeficiente de correlação entre duas variáveis genéricas  $x$  e  $y$  é definida através da relação da covariância entre as duas variáveis e da raiz quadrada do produto das variâncias de cada variável, tal como se apresenta na expressão seguinte.

$$\rho_{x,y} = \frac{C(x,y)}{\sqrt{Var(x)Var(y)}} \quad (37)$$

Os coeficientes de correlação variam no domínio  $[-1,1]$ , nos quais os valores extremos implicam relações estritamente lineares. Uma correlação negativa entre variáveis significa que a diminuição estatística do valor de uma das variáveis corresponderá a um aumento estatístico da outra. Por outro lado, a correlação positiva entre duas variáveis implica um que o aumento estatístico de uma das variáveis seja acompanhado do aumento da outra. Alguns métodos para a determinação expedita destes coeficientes podem ser encontrados na bibliografia [10].

A matriz de correlação para  $N$  variáveis pode então ser definida da seguinte forma:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \rho_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N,1} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

nesta equação  $\rho_{i,j}$  representa o coeficiente de correlação entre a variável  $i$  e a variável  $j$ .

A abordagem clássica da padronização obriga a uma transformação da matriz de covariância, translação e normalização, para que o elipsóide de dispersão no espaço original de variáveis se transforme numa esfera de raio unitário, centrada na origem do referencial padronizado e de dispersão unitária.

É possível no entanto proceder à determinação do índice de fiabilidade  $\beta_{HL}$  sem recorrer a uma transformação de espaço. Uma interpretação alternativa tem como base a expansão do elipsóide no espaço original das variáveis [23].

O problema pode ser entendido geometricamente como a pesquisa do elipsóide de menor volume que seja tangente à superfície fronteira da função de estado limite. Na Figura 9 (Esq.) o problema é posto para duas variáveis apenas, estando o elipsóide centrado nos valores médios de cada uma das variáveis.

Exemplifica-se de seguida a utilização deste método, utilizando a proposta de *Low e Tang* [23], para o caso ilustrativo já utilizado. Esta proposta será discutida com maior detalhe na secção 4.

#### **Exemplo:**

Tratar todos os parâmetros do terreno como variáveis básicas, além de tornar a sua resolução mais morosa e difícil, poderá ser em muitos casos práticos impossível, dada a inexistência de dados estatísticos. Desta forma, o primeiro passo para a resolução do problema será seleccionar os parâmetros relevantes que devam ser tratados como variáveis básicas, atribuindo aos restantes valores determinísticos. Neste caso, esse passo já foi dado, tratando-se a carga vertical variável ( $Q_v$ ) e o ângulo de resistência ao corte ( $\phi'$ ) como variáveis básicas, fixando o valor do peso volúmico do terreno ( $\gamma$ ) e da carga vertical permanente ( $G_v$ ), já que a sua variação no contexto do problema não é tão relevante como a dos anteriores.

**Tabela 6 - Parâmetros estatísticos das variáveis básicas (exemplo)**

	Valor médio ( $\mu$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )	Coeficiente de variação (%) ( $CoV$ )
$Q_v$ (kN)	200	20	10
$\phi'$ (°)	20	10	10

Não sendo correlacionadas, então a matriz de correlação coincide com a matriz de identidade. O CoV atribuído as variáveis é meramente ilustrativo e não pretende representar quaisquer condições reais.

A forma como o cálculo foi realizado é descrita em pormenor à frente, na secção 4.1, de acordo com a metodologia proposta em [23].

Como resultados, obtém-se um ponto de dimensionamento de coordenadas  $(Q_v^*; \phi'^*) \rightarrow (203,6 \text{ kN}; 16,6^\circ)$  e um valor mínimo de índice de fiabilidade de  $\beta = 1,711$  associado a uma probabilidade de falha  $p_f = 0,04$ .

O valor obtido para  $\beta$  é inferior aos valores recomendados, independentemente do período de referência utilizado (Tabela 4). Desta forma, não está verificada a segurança.

#### Método AFOSM para variáveis não normais

O método de *Hasofer e Lind* corresponde à versão do método *AFOSM* aplicável quando todas as variáveis são normalmente distribuídas. Sempre que tal não se verifique, como é frequente nos problemas de engenharia, a estimativa da probabilidade de falha ( $p_f$ ) dada por este método torna-se pouco precisa.

Este problema pode ser abordado recorrendo a uma transformação das variáveis não normais em variáveis equivalentes normais [24]. Uma das abordagens possíveis utiliza o método de *Rachwitz-Fiessler* [19], na qual os parâmetros de uma distribuição normal equivalente,  $\mu_x^N$  e  $\sigma_x^N$ , são determinados impondo duas condições: (i) igualdade, no ponto de dimensionamento  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ , dos valores das funções de distribuição acumuladas (*CDF*) das variáveis não normais e das suas equivalentes normais, (ii) a mesma exigência para as funções de densidade de probabilidade (*PDF*).

Considerando as variáveis originais estatisticamente independentes, igualando a função de distribuição cumulativa da variável genérica com a função da variável normal equivalente no ponto de dimensionamento, resulta [24]:

$$\Phi \left( \frac{x_i^* - \mu_{Xi}^N}{\sigma_{Xi}^N} \right) = F_{Xi}(x_i^*) \quad (39)$$

sendo  $\Phi(\cdot)$  é a função de distribuição cumulativa,  $\mu_{Xi}^N$  e  $\sigma_{Xi}^N$  são, respectivamente, a média e o desvio padrão da variável normal equivalente no ponto de dimensionamento e  $F_{Xi}(x_i^*)$  é a função de distribuição original das variáveis não normais.

Resolvendo a equação (39) relativamente ao valor médio,

$$\mu_{Xi}^N = x_i^* - \Phi^{-1}(F_{Xi}(x_i^*)) \sigma_{Xi}^N \quad (40)$$

Aplicando a mesma metodologia à função de densidade, vem:

$$\frac{1}{\sigma_{Xi}^N} \phi \left( \frac{x_i^* - \mu_{Xi}^N}{\sigma_{Xi}^N} \right) = f_{Xi}(x_i^*) \quad (41)$$

sendo  $\phi(\cdot)$  e  $f_{Xi}(x_i^*)$  as funções de densidade de probabilidade da variável normal equivalente e da variável não normal (original), respectivamente.

Reescrevendo a expressão em função do desvio padrão, tem-se:

$$\sigma_{Xi}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}(F_{Xi}(x_i^*))\}}{f_{Xi}(x_i^*)} \quad (42)$$

Encontrados os parâmetros equivalentes, procede-se segundo a mesma metodologia dos pontos anteriores (variáveis normais), no que diz respeito à obtenção de  $\beta_{HL}$ .

Esta abordagem é tão mais precisa quanto menor o coeficiente de assimetria da distribuição original. Assim, para distribuições altamente assimétricas, outras estimativas se exigem [24].

### 2.4.3. MÉTODO SORM

Foram apresentadas nos pontos anteriores as metodologias FORM para lidar com funções não lineares de estado limite. A utilização destas metodologias simplificadas tem, no entanto, uma precisão limitada na determinação da probabilidade de falha, já que o domínio de rotura associado às funções lineares simplificadas pode em muito distanciar-se da correspondente às funções de estado limite originais, não lineares. Na realidade, os métodos FORM para funções não lineares apenas são adequados quando a curvatura destas funções é pequena e não relevante, sendo que quando esta é demasiado acentuada, outras aproximações se exigem.

Tratam-se pois dos métodos SORM, que aproximam a função de estado limite não linear a uma função de segunda ordem, no ponto de dimensionamento.

No método SORM inclui-se, pois, a informação acerca da curvatura da função de estado limite, através da consideração do termo de segunda ordem da expansão desta função em séries de Taylor (despreza-se a informação para além deste termo), melhorando por isso resultado do método FORM. A equação (43) corresponde a esse desenvolvimento.

$$g \approx g(X_i^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - X_i^*) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^* + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - X_i^*) (X_j - X_j^*) \cdot \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \quad (43)$$

Devido ao conhecimento limitado da função de distribuição de probabilidade do termo quadrático, não é possível fazer um cálculo analítico exacto da probabilidade de falha, e por isso são utilizadas aproximações.

Apresenta-se de seguida uma metodologia para a determinação da probabilidade de falha, proposta por *Breitung* [25] baseada na teoria das aproximações assintóticas e baseando-se ainda no índice de fiabilidade de *Hasofer e Lind*.

$$p_f = \Phi(-\beta_{HL}) \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \beta_{HL} \cdot \kappa_i)^{-1/2} \quad (44)$$

onde  $\kappa_i$  é a curvatura da função de estado imite no ponto de dimensionamento.

Mostra-se ainda [25] que esta equação se aproxima do valor exacto da probabilidade de falha à medida que  $\beta_{HL}$  tende para infinito e  $\beta_{HL} \cdot \kappa_i$  se mantém constante. Note-se que em problemas de baixa fiabilidade, isto é, para valores baixos de  $\beta$ , a estimativa pelo método SORM pode ser imprecisa [3].

As curvaturas principais são determinadas aplicando uma rotação às variáveis  $U_i$  (variáveis no espaço padronizado). Essa rotação pode ser realizada, no caso simples de duas variáveis, com recurso à matriz de rotação  $R$ :

$$U' = R \cdot U \quad R = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (45)$$

onde  $U'$  representa as variáveis no espaço, após rotação do referencial e  $R$  é a matriz de rotação.

O desenvolvimento deste método pode ser encontrado na bibliografia própria, da qual se sugere [3].

## 2.5. MÉTODOS SEMI-PROBABILÍSTICOS (NÍVEL I)

A abordagem dos coeficientes parciais é uma abordagem muito comum em projecto de engenharia civil (seja estrutural ou geotécnica). Com a sua utilização procura-se assegurar um nível mínimo de fiabilidade ao projecto. Pretende-se que cada um dos tipos de incerteza anteriormente descritos seja ponderado num coeficiente parcial específico, de forma que a sua utilização permita contabilizar estas diferentes fontes de incerteza, simplificando em muito a análise.

### Método dos Coeficientes Parciais

O método dos coeficientes parciais integra-se na categoria dos “Métodos de base semi-probabilística”, correspondentes ao “Nível I”. Esta é, como se disse, uma das metodologias propostas pela EN 1990, sendo que em alternativa a segurança poderá ser garantida utilizando directamente métodos probabilísticos, tal como indicados anteriormente.

No caso de não existirem modelos de cálculo fiáveis que permitam qualquer das análises anteriores, prevê-se em alternativa que o dimensionamento seja efectuado recorrendo a medidas prescritivas (i), modelos experimentais (ii), ensaios de carga (iii) ou método observacional (iv) [26].

O nível de fiabilidade exigido é assegurado através da consideração destes coeficientes, pela majoração das acções e minoração as propriedades dos materiais e/ou das resistências. A verificação da segurança em relação a um determinado estado limite equivale a verificar a condição

$$R_d \geq E_d \quad (46)$$

isto é, a segurança é verificada se o valor de cálculo da resistência  $R_d$  (valor da resistência minorada pelo coeficiente parcial) for superior ao valor de cálculo do efeito das acções  $E_d$  (valor do efeito da(s) acção(ões) majorada(s) pelo(s) respectivo(s) coeficiente(s) parciais).

De acordo com [1], os valores de cálculo ou de dimensionamento podem ser obtidos: (i) utilizando valores característicos ou valores representativos, em combinação com os coeficientes parciais; (ii) Em alguns casos por determinação directa, devendo para isso ser utilizados valores conservativos; (iii) directamente a partir de distribuições estatísticas, devendo neste caso ser assegurado pelo menos o mesmo grau de fiabilidade implícito pela utilização dos coeficientes parciais, estabelecidos pela Norma.

Será ainda importante distinguir os de estados limites últimos e estados limites de utilização. Uma verificação ao primeiro refere-se à segurança das pessoas e da própria estrutura em si. Por sua vez, verificar o segundo, visa garantir a funcionalidade da estrutura, o seu comportamento eficiente e aspecto normal.

Neste trabalho reflectem-se somente as preocupações no que diz respeito à rotura das estruturas, pelo que apenas se fará referência ao primeiro, o qual é explicitado de seguida.

### (i) Estados Limites Últimos

A verificação pelo método dos coeficientes parciais consiste em assegurar que, para todas as situações de projecto, nenhum estado limite é excedido, utilizando nos modelos de cálculo os valores de cálculo das acções e das resistências.

A formulação do Eurocódigo 7 prevê cinco estados limite. De acordo com a cláusula 2.4.7.1. da NP 1997 [26] sempre que necessário deverão ser verificados os seguintes estados limites:

- *Estado limite de perda de equilíbrio (EQU)* – Corresponde à perda de equilíbrio da estrutura, relativamente ao qual as propriedades dos materiais não têm influência significativa;
- *Estado limite de rotura estrutural (STR)* – Correspondente à rotura interna ou deformação excessiva da estrutura e/ou dos seus elementos estruturais. A resistência dos materiais é condicionante;
- *Estado limite de rotura do terreno (GEO)* – Rotura ou deformação excessiva do terreno. As propriedades do terreno são condicionantes;
- *Estado limite de levantamento global (UPL)* – Perda de equilíbrio gerada por levantamento global;
- *Estado limite de rotura hidráulica (HYD)* – Erosão interna, causada por gradientes hidráulicos.

Cada verificação, se necessária, deve ser realizada para a situação condicionante que lhe diga respeito.

Por forma a determinar os valores de cálculo, o Eurocódigo 7 define três abordagens de cálculo resumidas de seguida:

- Abordagem de cálculo AC1:
  - Combinação 1: **A1 + M1 + R1**
  - Combinação 2: **A2 + M2 + R1**
- Abordagem de cálculo AC2: **A1 + M1 + R2**
- Abordagem de cálculo AC3: **(A1 ou A2) + M2 + R3**

O sinal “+” significa “combinado com”. As letras A, M e R correspondem aos conjuntos diferentes de coeficientes que devem ser aplicados, respectivamente, às acções, às propriedades dos materiais e às resistências.

De referir que em Portugal se optou por adoptar a abordagem de cálculo AC1. A combinação 2 é normalmente condicionante sempre que o que está em causa é o dimensionamento geotécnico, ao passo que a combinação 1 surge como a condicionante quando o que está em causa é o dimensionamento estrutural [7].

Apresentam-se de seguida os coeficientes de segurança parciais utilizados em cada uma destas abordagens, conforme indicado no Anexo A da NP 1997 [26].

**Tabela 7 - Coeficientes parciais aplicáveis às acções ou aos seus efeitos (GEO e STR) [26]**

Símbolo	Acção	A1	A2
$\gamma_G$	Desfavorável	1,35	1,00
	Favorável	1,00	1,00
$\gamma_Q$	Desfavorável	1,50	1,30
	Favorável	0	0

onde  $\gamma_G$  e  $\gamma_Q$  representam, respectivamente, o coeficiente parcial para acções permanentes e variáveis, respectivamente.

**Tabela 8 - Coeficientes parciais aplicáveis aos parâmetros dos materiais (GEO e STR) [26]**

Parâmetro do solo	Símbolo	M1	M2
Ângulo de atrito interno em tensões efectivas	$\gamma_{tg(\phi')}$	1,00	1,25
Coesão em tensões efectivas	$\gamma_{c'}$	1,00	1,25
Resistência ao corte não drenada	$\gamma_{cu}$	1,00	1,40
Resistência à compressão uniaxial	$\gamma_{qu}$	1,00	1,40
Peso volúmico	$\gamma_\gamma$	1,00	1,00

**Tabela 9 - Coeficientes parciais aplicáveis à capacidade resistente (GEO e STR) [26]**

Estrutura	Resistência	Símbolo	R1	R2	R3
Talude	Terreno	$\gamma_{R,e}$	1,00	1,10	1,00
Fundação Superficial / Estrutura Suporte	Resistência Vertical	$\gamma_{R,v}$	1,00	1,40	1,00
	Deslizamento	$\gamma_{R,h}$	1,00	1,10	1,00
Estrutura Suporte	Terreno	$\gamma_{R,e}$	1,0	1,40	1,00

Para o estado limite EQU, quer a resistência do terreno quer a da estrutura não são relevantes, sendo que a verificação é feita tendo em conta a actuação das acções estabilizantes e desestabilizantes. Apresentam-se igualmente os coeficientes de segurança aplicáveis a esta verificação.

**Tabela 10 - Coeficientes parciais aplicáveis às acções (EQU) [26]**

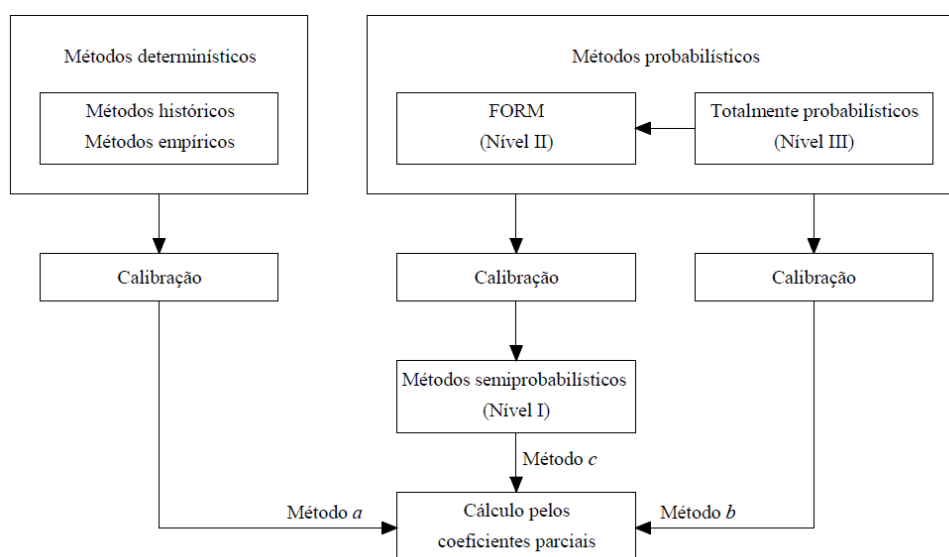
Símbolo	Acção	Coeficiente
$\gamma_{G,dst}$	Desfavorável	1,1
$\gamma_{G,stab}$	Favorável	0,9
$\gamma_{Q,dst}$	Desfavorável	1,5
$\gamma_{Q,stab}$	Favorável	0



**Tabela 11 - Coeficientes parciais aplicáveis às propriedades dos materiais (EQU) [26]**

Parâmetro do solo	Símbolo	Valor
Ângulo de atrito interno em tensões efectivas	$\gamma_{tg(\phi')}$	1,25
Coesão em tensões efectivas	$\gamma_{cr}$	1,25
Resistência ao corte não drenada	$\gamma_{cu}$	1,40
Resistência à compressão uniaxial	$\gamma_{qu}$	1,40
Peso volúmico	$\gamma_\gamma$	1,00

Inclui-se de seguida o diagrama que ilustra os vários métodos possíveis para a calibração destes coeficientes de segurança parciais, de acordo com o Anexo C da NP 1997 [1].



**Figura 10 – Diagrama resumo: Métodos para a calibração dos coeficientes parciais [1]**

Os Eurocódigos foram baseados, principalmente, no método *a*, tendo sido (e sendo ainda) utilizados os restantes métodos (aos quais se fará referência de seguida) em tentativas do seu desenvolvimento posterior. Tal como sugere a Figura 10, calibração dos coeficientes parciais bem como dos coeficientes de combinação  $\psi$ , pode ser feita com base na longa experiência adquirida ou utilizando métodos da teoria de fiabilidade, com base na avaliação estatística de dados.

## (ii) Combinação de acções

Embora as estruturas, ao longo da sua vida, sejam submetidas a diferentes tipos de acções (como sejam por exemplo o seu peso próprio, sobrecargas de utilização, neve como sobrecarga, vento ou até sismos), não é expectável nem razoável considerar a sua actuação simultânea com a máxima intensidade na estrutura. É por esta razão que são definidas combinações que constituem

casos de carga que, embora mantendo uma probabilidade de serem excedidos bastante baixa, propõem um dimensionamento mais verosímil.

Resumem-se de seguida os princípios fundamentais nos quais se baseia a metodologia proposta no EC0 [27]:

- Considerar-se sempre as acções permanentes;
- Definir uma das acções variáveis, acidentais ou sismo como acção principal, tendo essa acção o valor máximo expectável;
- As restantes acções deverão ser consideradas com valores reduzidos;
- Considerar sempre os valores mais desfavoráveis.

Para os estados limite últimos definem-se três combinações de acção para situações de projecto:

i) Persistentes e transitórias (designada de combinação fundamental); ii) Acidentais; iii) Sísmicas [1].

A expressão para a determinação do efeito das acções na combinação fundamental, correspondente a condições normais de utilização (que se pretende estudar neste trabalho) é dada por

$$E_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (47)$$

onde  $E_d$  é o valor de cálculo do efeito das acções,  $G_k$  e  $Q_k$  correspondem, respectivamente, aos valores característicos, respectivamente, do efeito das cargas permanentes e das cargas variáveis,  $Q_{k,1}$  é o valor característico da acção variável de base,  $Q_{k,i}$  são os valores característicos das acções acompanhantes e  $P$  o valor representativo do pré-esforço (se existir). A forma como são determinados/atribuídos estes valores é um assunto de particular importância, ao qual se fará referência no ponto seguinte. A cada um destes valores está associado o coeficiente parcial específico (cujos valores foram definidos no ponto anterior).

$\Psi_0$  corresponde ao coeficiente para a determinação do valor de combinação de uma acção variável. Apresenta valores inferiores à unidade, reduzindo por isso o efeito das acções variáveis não principais, e depende por exemplo da categoria de edifício (sobrecargas em edifícios) ou da localização geográfica da estrutura (neve). Os seus valores, bem como dos restantes coeficientes para a determinação do valor de combinação  $\Psi_i$  podem ser encontrados no Anexo A da NP 1990 [1]

### (iii) Valores característico

#### ➔ Das acções

De acordo com [1], o valor característico de uma acção, que corresponde ao seu valor representativo principal, deve ser especificado:

- Como valor médio, um valor extremo superior ou inferior ou a partir de um valor nominal, isto é, de um valor que é fixado com bases não estatísticas e obtido, por exemplo, a partir da experiência do projectista ou por considerações de natureza física;
- Obtido na documentação de projecto.

De acordo com §1.5.3.14 da EN 1990 [1] sempre que possa ser fixado com base estatística, este valor deverá corresponder a uma dada probabilidade de não ser excedido no sentido desfavorável, durante um período de referência e tendo em conta a vida útil do projecto.

#### → Das propriedades dos materiais

De acordo com o §4.4(2) da EN 1990 [1], sempre que a verificação de um determinado “estado limite seja sensível à variabilidade da propriedade de um material, então deverão ser considerados valores característicos superior e inferior dessa propriedade”: se um valor baixo relativo à propriedade se repercutir desfavoravelmente, o valor característico deverá fixar-se como o quantilho de 5%; pelo contrário, se um valor elevado relativo à propriedade se repercutir desfavoravelmente, o valor característico deverá fixar-se como um quantilho de 95%

Em variáveis normalmente distribuídas, estes valores podem obter-se através da expressão:

$$x_{méd} \pm 1,65 \cdot \sigma_x \quad (48)$$

onde  $x_{méd}$  representa o valor médio do parâmetro, e  $\sigma_x$  o correspondente desvio padrão. Os sinais + ou – correspondem, respectivamente, aos quantilhos superior e inferior.

Estes valores deverão ser determinados a partir de ensaios normalizados e realizados para condições específicas, constituindo informação estatística suficiente e relevante.

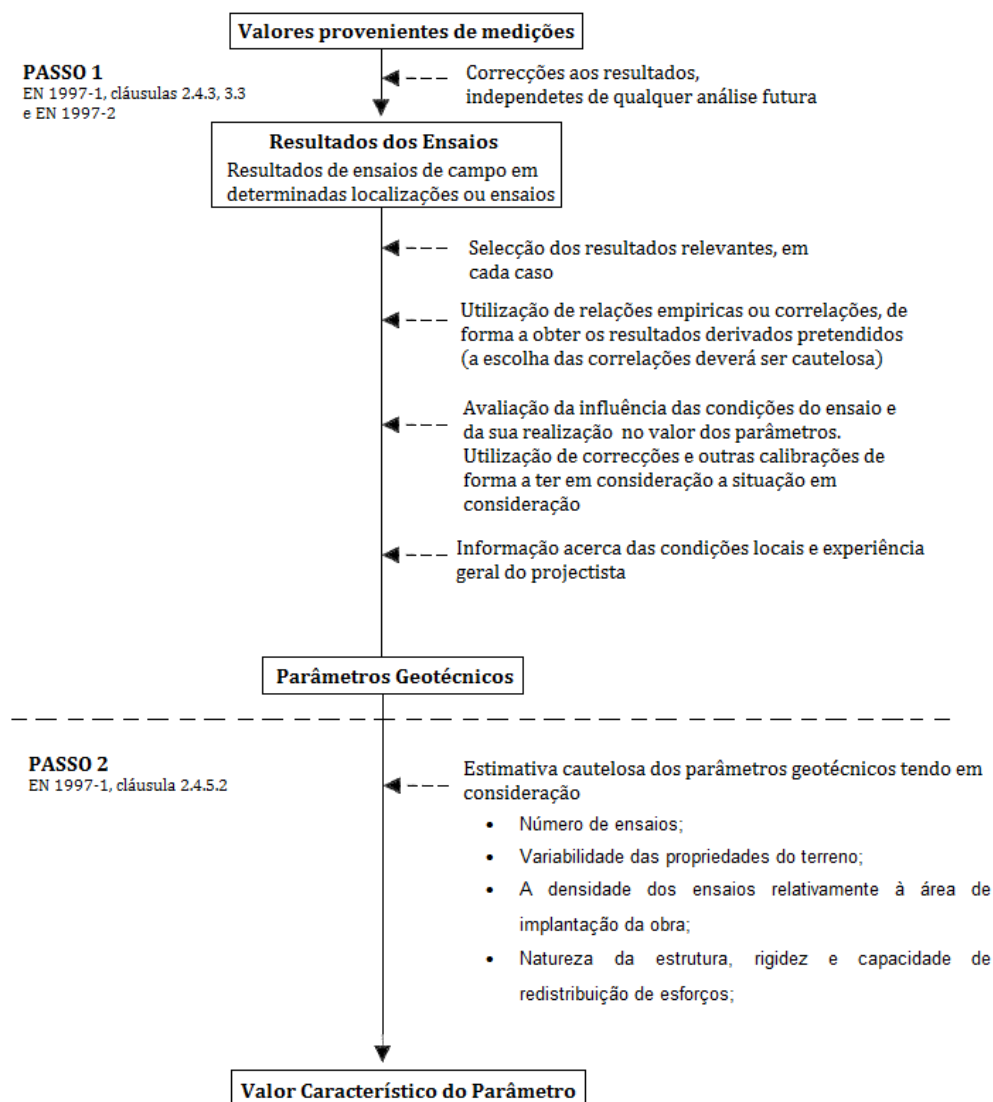
Desta forma, sempre que seja possível a utilização de métodos estatísticos (o que implica a existência de um conjunto suficientemente alargado de resultados de ensaios, que permitam efectuar uma análise estatística sólida), o valor característico *‘deverá ser deduzido de forma a que probabilidade calculada de que o valor que condiciona a ocorrência do estado limite em consideração seja mais desfavorável, não exceda 5%’* (§2.4.5.2(11) EN 1997 [26])

A via estatística para obtenção do valor característico funciona bem para materiais fabricados industrialmente (como seja por exemplo, o betão ou o aço), homogéneos e cujas características apresentem dispersão com expressão reduzida. Ao contrário, nos materiais naturais, *in situ* (ou mesmo colocados no local), como seja o solo, a aplicação da mesma ideia não contempla a grande variabilidade existente neste material, nem a escassez de resultados de prospecção (a partir dos quais são estimados os parâmetros geotécnicos) o que dificulta e muitas vezes impossibilita a aglomeração de informação estatística relevante e suficiente para adopção desta via.

Quando é possível estimar os valores característicos a partir de resultados de ensaios de campo e/ou laboratoriais, a definição destes valores segue habitualmente uma metodologia própria.

Geralmente o processo de selecção dos valores característicos para os parâmetros geotécnicos passa, em primeiro lugar, pelo estabelecimento de valores para os mesmos (parâmetros) que sejam coerentes com o que se obtém nos resultados de ensaios de campo e/ou laboratoriais, e com a realidade geotécnica local.

É com base nestes valores que posteriormente se selecciona o valor característico, que deve corresponder a uma estimativa cautelosa do valor que condiciona o estado limite em consideração. Estes são, portanto, os dois passos fundamentais que precedem a selecção destes valores característicos, e que se são resumidos na Figura 11.



**Figura 11 – Sistematização do processo para obtenção dos valores característicos a partir de valores medidos (adaptado de [28])**

Por último, sempre que a escolha dos valores característicos não possa ser baseada a partir dos resultados e valores deduzidos obtidos de ensaios de campo ou laboratoriais (complementados pela experiência do projectista), o Eurocódigo 7 prevê a possibilidade de adopção de valores nominais ou, em alternativa, a fixação directa do valor de cálculo das propriedades.

#### (iv) Valores de cálculo

- Efeito das Acções

O valor de cálculo do efeito das acções  $E_d$  pode ser determinado como sendo uma função do valor representativo das acções  $F_{rep}$  (determinados na forma  $F_{rep} = \psi F_k$ ), sendo o principal valor representativo o valor característico mas podendo também utilizar-se outros valores representativos; das propriedades do terreno  $X_k$  (já que estas podem, em alguns casos, afectar o valor das acções – exemplo disso é o caso dos impulsos de terra) e das próprias grandezas geométricas  $a_d$ . As expressões seguintes provêm de [26].

$$E_d = \gamma_{sd} E(\gamma_f F_{rep}; \eta \frac{X_k}{\gamma_M}; a_d) \quad (49)$$

O valor representativo pode ser determinado, como se disse, afectando o valor característico da acção de um coeficiente multiplicativo  $\psi$ , que além do valor de 1,00 pode também assumir os valores de  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  e  $\psi_2$ .  $\gamma_{sd}$  e  $\gamma_f$  são os coeficientes parciais que abrangem as incertezas. O primeiro contempla as incertezas relativas à modelação dos efeitos das acções ou das próprias acções e o segundo prevê a possibilidade de desvios que sejam desfavoráveis, relativamente ao valor tomado como representativo, nas acções. Na maioria dos casos, poderá ser feita a simplificação seguinte:

$$\gamma_F = \gamma_{sd} \cdot \gamma_f \quad (50)$$

$\gamma_F$  corresponde ao coeficiente parcial para as acções e engloba assim ambas as incertezas, materializando-se nos coeficientes para as acções permanentes ( $\gamma_G$ ) e variáveis ( $\gamma_Q$ ) (Tabela 7).

É importante referir que a introdução deste coeficiente ( $\gamma_F$ ) contempla já pequenas variações das grandezas geométricas. Em geral, no caso em que efeitos dos desvios das grandezas geométricas não sejam relevantes na fiabilidade da estrutura, não será necessário introduzir qualquer margem de segurança relativa a essas grandezas.

No caso da equação (49), os coeficientes parciais são aplicados ao valor das acções e ao seu efeito. No entanto, em algumas situações de projecto, a aplicação dos coeficientes de segurança parciais a acções causadas ou transmitidas pelo solo (impulsos de terra ou pressões de água, por exemplo) poderia conduzir a valores de cálculo inverosímeis ou até mesmo fisicamente impossíveis. Nestas situações, os coeficientes poderão ser aplicados aos efeitos das acções calculados a partir dos valores representativos das acções, como se representa na equação (51).

$$E_d = \gamma_E E(F_{rep}; \frac{X_k}{\gamma_M}; a_D) \quad (51)$$

- Propriedades dos materiais

Como se viu, e no que às propriedades dos materiais diz respeito, o seu valor de cálculo pode ser determinado a partir do seu valor característico ( $X_k$ ) da seguinte forma:

$$X_d = \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (52)$$

onde  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial relativo à propriedade do material, que prevê a possibilidade de desvio desfavorável em relação ao valor característico, contemplando ainda pequenas variações das grandezas geométricas (Tabela 8).

- Grandezas Geométricas

O valor de cálculo das grandezas geométricas, sempre que o efeito dos seus desvios não seja significativo para a fiabilidade, poderá ser representado pelo seu valor nominal:

$$a_d = a_{nom} \quad (53)$$

No caso contrário, o valor de cálculo deverá ser determinado através de:

$$a_d = a_{nom} \pm \Delta a \quad (54)$$

onde  $\Delta a$  deverá abranger possíveis desvios desfavoráveis em relação aos valores nominal ou característico, incluindo ainda o efeito cumulativo de vários desvios geométricos. Qualquer outro desvio será coberto pelos coeficientes de segurança parciais (como se viu com  $\gamma_F$  e como se verá com  $\gamma_R$ ).

- Resistência

Por seu lado, os valores de cálculo das capacidades resistentes de projecto (ou de cálculo) poderão ser determinados da forma que se segue, onde os coeficientes parciais são aplicados ou às capacidades resistentes (equação (55)), às resistências (equação (56)) ou em simultâneo (equação (57)).

$$R_d = R(\gamma_F F_{rep}; \frac{X_k}{\gamma_M}; a_d) \quad (55)$$

$$R_d = R(\gamma_F F_{rep}; X_k; a_d) / \gamma_R \quad (56)$$

$$R_d = R(\gamma_F F_{rep}; \frac{X_k}{\gamma_M}; a_d) / \gamma_R \quad (57)$$

A  $\gamma_R$  corresponde o coeficiente parcial para a capacidade resistente, contemplando as incertezas dos modelos de resistência e também os desvios geométricos, tendo sido apresentados os seus valores na Tabela 9.

De modo a ilustrar estes conceitos, verifique-se a segurança através da metodologia dos coeficientes parciais, para as mesmas condições do exemplo anterior (secção 2.1).

Para a determinação dos valores de projecto, recorre-se à abordagem de cálculo 1 (AC1). Como normalmente a combinação 2 é a relevante, quando o que está em causa é a verificação geotécnica, foi esta a utilizada.

### Exemplo:

O primeiro passo está na atribuição dos valores característicos para os parâmetros relevantes no problema. Considerem-se os valores indicados para as acções permanentes e peso volúmico do terreno como representantes dos seus valores característicos (assumindo que são determinísticos).

Os valores característicos da acção variável e do ângulo de resistência ao corte podem obter-se da seguinte forma:

$$Q_k = Q_v + 1,65 \cdot \sigma_{Q_v} = 200 + 1,65 \cdot 20 = 233 \text{ kN}$$

$$\phi'_k = \phi' - 1,65 \cdot \sigma_{\phi'} = 20 - 1,65 \cdot 2 = 16,7^\circ$$

O valor de cálculo para o efeito das acções é assim dado por:

$$E_d = \gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k = 1,00 \cdot \frac{300}{5} + 1,3 \cdot \frac{233}{5} \approx 120,6 \text{ kPa}$$

No que diz respeito aos parâmetros resistentes:

$$\phi'_d = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi'_k}{\gamma_{\tan \phi'}} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\tan 16,7^\circ}{1,25} \right) \approx 13,5^\circ$$

e aos coeficientes adimensionais de cálculo:

$$N_{qd} = e^{\pi \cdot \tan \phi'_d} \left[ \tan \left( 45 + \frac{\phi'_d}{2} \right) \right]^2 = e^{\pi \cdot \tan 13,5^\circ} [\tan(51,75^\circ)]^2 \approx 3,42$$

$$N_{\gamma d} = 2 (N_q - 1) \tan(\phi'_d) = 2 \cdot 3,43 \cdot \tan(13,5^\circ) \approx 1,16$$

$$q_{rd} = \frac{1}{2} \gamma' B' N_{\gamma d} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 5 \cdot 1,16 \approx 58 \text{ kPa}$$

Efectuando a verificação, tem-se:

$$q_{rd} < E_d$$

ou de outra forma,

$$\frac{q_{rd}}{E_d} \approx 0,48 < 1$$

De acordo com a metodologia dos coeficientes de segurança parciais, proposta nos Eurocódigos 0 e 7, não está assegurada a segurança.



### 3. MÉTODO DAS SUPERFÍCIES DE RESPOSTA (“RSM”)

#### 3.1. INTRODUÇÃO

A situação ideal numa análise de fiabilidade corresponde a esta ser baseada numa forma algébrica da função de desempenho que relacione mutuamente as variáveis relevantes para o problema (como sejam por exemplo os parâmetros dos modelos resistentes do solo) e a resposta do sistema para a concretização desses parâmetros. No entanto nem sempre é possível deduzi-la analiticamente, pelo que esta situação ideal não é frequente. A inexistência desta forma algébrica leva a que, de alguma forma, se tentem estabelecer estas relações algébricas de forma aproximada alternativa. A metodologia das superfícies de resposta procura constituir-se como uma alternativa para o estabelecimento destas relações.

A metodologia das superfícies de resposta (Response Surface Methodology - *RSM*) é aplicável em campos alargados do conhecimento, não estando por isso restrita à engenharia, conforme pode ser constatado em fontes bibliográficas generalistas [29].

Este método consiste na aproximação da função de desempenho, cuja expressão algébrica poderá ser desconhecida ou demasiado complexa, por uma função polinomial genérica das variáveis básicas. A calibração deste polinómio radica no conhecimento de um conjunto finito (uma amostra) de respostas, cada uma correspondente a uma realização do vector das variáveis de base. Estas respostas podem ser obtidas através de expressões algébricas consagradas e de utilização corrente (relações explícitas entre as variáveis em jogo e a resposta do sistema), através de resultados experimentais ou pela utilização de resultados provenientes da utilização de métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos (*MEF*) [30]. É importante referir que, para este último caso, o processo tornar-se-á mais complicado e demorado, já que tipicamente a utilização do *MEF* requer a utilização de software próprio. O ajuste do polinómio requer a utilização de modelos de regressão.

Em suma, pretende-se construir um modelo que se aproxime da resposta do sistema, já que esta é geralmente desencadeada por mecanismos físicos nem sempre conhecidos ou dificilmente explicáveis e poucas vezes traduzíveis por expressões algébricas. O método permite assim a construção de uma relação entre as variáveis de entrada e a resposta, relação que embora grosseira, permite a previsão e análise do problema em causa de forma relativamente simplificada, reduzindo consideravelmente o esforço computacional.

O modelo aproximado é baseado na resposta observada ou calculada. Uma vez ajustada a expressão de previsão da resposta, pode construir-se uma função de desempenho que descreva o processo em estudo e assim proceder à análise de fiabilidade.

Por último, permite ainda testar a sensibilidade da resposta do sistema às variáveis, fornecendo assim, indirectamente, orientações quanto à sua respectiva relevância e, se aplicável, no controlo durante a obra e a vida útil da estrutura.

A descrição e discussão pormenorizada desta metodologia será desenvolvida nas páginas subsequentes. No entanto, pode desde já resumir-se esta metodologia e os seus objectivos em alguns passos fundamentais:

- Identificação das variáveis relevantes do problema bem como das respectivas distribuições estatísticas;
- Obtenção de um conjunto de respostas do sistema para diferentes realizações do vector das variáveis de base;
- Ajustamento dum modelo de regressão;
- Avaliação do ajustamento;
- Formulação aproximada da função de desempenho, a partir das respostas obtidas;
- Utilização da função de desempenho para obtenção do índice de fiabilidade  $\beta$  e do ponto de dimensionamento.

### **3.2. VARIÁVEIS DE BASE**

Um ponto fundamental e prévio a qualquer análise segundo o método das superfícies de resposta é a determinação/escolha das variáveis de base do problema. Nesta escolha deverão figurar as variáveis susceptíveis de influenciar a resposta, como sejam os parâmetros dos modelos constitutivos, as grandezas geométricas e os parâmetros definidores das acções.

O analista deverá fazer, inicialmente, um juízo prévio acerca da influência potencial relativa das variáveis na resposta do sistema. Além disso, deve também ser antecipada a importância de alguns termos de interacção e eventualmente termos não lineares associados às variáveis. O conjunto de todos estes termos (termos lineares e não lineares associados às variáveis e aos seus termos de interacção) é, no entanto, na maioria das vezes, demasiado numeroso para análises deste tipo. A integração de todos estes parâmetros na análise é computacionalmente bastante exigente, pois implica um número superior de observações (respostas) e poderá até resultar na adição de variabilidade aos parâmetros de maior relevância [29], isto é, prejudicando o ajustamento da resposta aproximada à resposta observada real.

De forma a otimizar o processo há que realizar análises de sensibilidade ao problema ('*Screening Experiments*'), para eliminação sucessiva dos termos de menor relevância ou com menos peso na resposta e conservação dos restantes. O peso e a importância de cada um dos termos tem no sistema é avaliado através da obtenção de um conjunto de respostas para diferentes concretizações das variáveis, o que permite restringir a análise a um número consideravelmente inferior de factores.

Habitualmente, a quantidade de respostas necessárias nestas análises de sensibilidade é definida pela utilização de factoriais de 2 níveis,  $2^k$ , ou de factoriais fraccionados [29] (à semelhança do que acontece no ajuste dos modelos de superfícies de resposta). Este assunto é abordado com maior profundidade no ponto seguinte.

### 3.3. RESPOSTAS DO SISTEMA

Uma vez seleccionadas as variáveis relevantes no problema, o passo seguinte corresponde à obtenção de um conjunto de respostas necessária ao ajuste do modelo, de forma a estabelecer a função de desempenho.

O processo de selecção do vector das variáveis básicas, para cada realização, não é um processo arbitrário. Pelo contrário, são tipicamente seguidas algumas metodologias baseadas, conforme se referiu anteriormente, em 'níveis factoriais' ou 'factoriais fraccionados'.

No que diz respeito à primeira metodologia, esta é geralmente utilizada em processos com um elevado número de variáveis e/ou quando é necessário estudar a relevância individual das variáveis e do seu efeito conjunto [29]. De particular relevância é o caso em que a cada variável correspondem dois níveis possíveis, isto é, dois valores de entrada. Neste caso, o número de respostas necessárias de forma a ajustar o modelo poderá ser dado por  $2^k$ , sendo  $k$  o número total de factores tidos como relevantes (que podem corresponder não só às variáveis em si mas também aos factores de interacção)

Um exemplo simples de aplicação deste método será pensar num problema com 2 variáveis básicas A e B, excluindo os termos de interacção, e cujos respectivos parâmetros de entrada são dados por  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$  e  $B^-$ . Os sinais + e - reflectem os valores superior e inferior de cada variável. Ilustra-se na Figura 12 as combinações de entrada das variáveis.

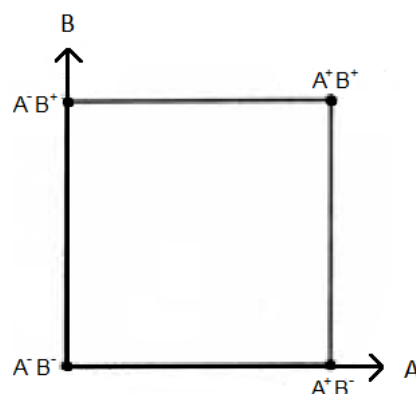


Figura 12 – Combinações de entrada para  $n = 2$  (dois níveis)

Este método é normalmente utilizado para o ajuste de modelos de superfície de resposta de primeira ordem, com termos de interacção de baixa ordem.

À medida que o número de variáveis aumenta nos problemas, o número de respostas necessárias, de acordo com esta abordagem, rapidamente atinge um limite de praticabilidade. Porém, existem interações de ordem elevada que poderão ser desprezadas [29], o que limita, desta forma, o conjunto de respostas necessárias de forma a obter os coeficientes associados às variáveis principais e às interações de baixa ordem. As metodologias que o permitem fazer são designadas de 'factoriais fraccionadas' [29].

Muitas vezes não é possível ajustar um modelo com base em polinómios do primeiro grau (e, eventualmente, a termos de interação de baixa ordem) e como tal, outras aproximações se exigem. Quando a essência da resposta é altamente não linear, é frequente recorrer, por exemplo, ao ajuste a partir de polinómios do segundo e mesmo do terceiro grau. Nestes casos, o número de respostas necessárias ao ajuste poderá ser dado, em geral, respectivamente, através das expressões seguintes [31].

$$N_2 = 1 + 2n + \frac{n(n-1)}{2} \quad (58)$$

$$N_3 = 1 + 3n + \frac{3n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \quad (59)$$

### 3.4. METODOLOGIA

Como foi dito anteriormente, de modo a proceder a uma análise de fiabilidade, é necessário uma (ou mais) expressão(ões) que relacione(m) os parâmetros de entrada com a resposta do sistema.

Seja  $y$  a variável dependente, representativa da resposta do modelo e o conjunto  $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  das  $n$  variáveis independentes relevantes na resposta.

Pretende-se, pois, chegar a uma relação do tipo [30]:

$$y = \tilde{f}(x_1, x_2, \dots, x_n) + err \quad (60)$$

onde  $\tilde{f}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  representa a função de aproximação utilizada e  $err$  corresponde ao erro associado à estimativa da função, representando outras fontes de variabilidade não tidas em consideração, como por exemplo erros em medições ou efeitos de variáveis não contabilizadas e efeitos de relações não consideradas explicitamente.

Uma vez obtida a função de desempenho  $\tilde{f}$ , pretende-se finalmente definir uma função de estado limite  $g(X) = 0$  e proceder a uma análise de fiabilidade, de acordo com as metodologias já abordadas. É importante referir que, no caso de utilização de polinómios interpoladores de 2º grau ou de grau superior, em virtude das suas propriedades, a análise de fiabilidade pode ser dificultada pelo surgimento de múltiplos e igualmente falsos (já que a validade da função de aproximação, assim

como se verá, está restrita a uma pequena zona) pontos de dimensionamento [30], que verifiquem a condição limite. Nestes casos, deverá ser feita uma análise crítica ao ponto em questão, de forma a verificar se este é, de facto, o verdadeiro ponto de dimensionamento. Poder-se-á tirar partido do conhecimento prévio do real ponto de dimensionamento, no caso de realizada uma análise prévia à expressão original analítica. Como na maior parte das vezes esta informação é desconhecida, podem igualmente avaliar-se os pontos em questão através de software baseado em elementos finitos, verificando se os resultados obtidos se aproximam do limite definido para a função de estado limite.

Como forma de agilizar os cálculos de fiabilidade, são normalmente utilizadas funções simples para estes modelos aproximados. É comum a utilização de modelos de regressão linear múltipla (Equação (61)), que descrevem hiperplanos no espaço  $n$ -dimensional das variáveis de regressão  $x_j$ ,  $j = 0, \dots, n$ , ou a utilização de modelos de regressão de segunda ordem (Equação (62)) [32].

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + err \quad (61)$$

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + \dots + a_{nn}x_n^2 + err \quad (62)$$

onde  $a_i$ ,  $i = 0, \dots, n$  são chamados de coeficientes de regressão. Note-se que poderiam ser ainda incluídos termos de interacção entre variáveis.

Para estimar os coeficientes de regressão é frequentemente utilizado o *Método dos Mínimos Quadrados* [33], embora não seja a única abordagem possível. O software de cálculo *MS Excel*, utilizado para a determinação dos coeficientes de regressão, facilita a efectivação prática deste método.

Uma vez determinado o conjunto suficiente de respostas para diferentes combinações de parâmetros de entrada e ajustada a função que modela a resposta, há que verificar a qualidade do ajustamento realizado. De modo a testar a adequabilidade da função alcançada, recorre-se ao denominado ‘coeficiente de determinação’, definido da seguinte forma [34]:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (63)$$

onde  $\bar{y}$ ,  $y_i$  e  $\hat{y}_i$  representam respectivamente o valor médio das observações de  $y$ , e para cada observação, o valor real de  $y$  e o valor estimado pela expressão aproximada.

Este coeficiente está compreendido entre 0 e 1, sendo que valores mais próximos de 1 expressam uma boa qualidade de ajustamento (boa “capacidade explicativa”) da expressão face aos valores fornecidos.

Uma vez que o valor de  $R^2$  aumenta com o número de variáveis do modelo [29], é também muitas vezes determinado também o valor ajustado de  $R^2$ , normalizado com os graus de liberdade estatística decorrentes do número de observações  $k$  e do número de coeficientes de regressão  $p$  de acordo com a equação (64).

$$\overline{R^2} = 1 - \frac{k-1}{k-p}(1-R^2) \quad (64)$$

Também  $\overline{R^2}$  está compreendido entre 0 e 1. No caso de uma diferença acentuada entre os estes valores, haverá uma forte possibilidade de existirem variáveis de reduzida relevância no modelo. Por outro lado, em modelos de boa qualidade, os valores  $R^2$  e  $\overline{R^2}$  deverão estar próximos um do outro e próximos do valor unitário.

### 3.5. ANÁLISE DE FIABILIDADE

A metodologia descrita nos pontos anteriores permite estimar os coeficientes de regressão do modelo aproximado. A função obtida deverá, em princípio, estimar de forma razoável a resposta do sistema para uma dada concretização do vector das variáveis básicas. No entanto, para análises de fiabilidade, a estrita utilização deste método poderá revelar-se demasiado afastada da realidade, já que dificilmente se conseguirá estimar com alguma precisão todo o domínio de resposta, e em particular a zona que é relevante para a análise de fiabilidade (junto ao ponto de dimensionamento).

De forma a obter os coeficientes de regressão que melhor ajustam a função, para uma análise de fiabilidade, resume-se de seguida um algoritmo de cálculo generalizado, baseado no trabalho de W. Pula [30], que também o faz para o estudo do assentamento de uma fundação directa, em [35], tirando partido ainda das conclusões obtidas ao longo do trabalho preparatório desta dissertação.

- Os pontos das combinações que constituem as várias respostas necessárias para a formulação do método são obtidos, na primeira iteração, em redor dos respectivos valores médios. Estes pontos são obtidos fazendo  $x_i = \mu_i \pm k\sigma_i$ , sendo  $x_i$  cada uma das variáveis e  $k$  um escalar, que é geralmente tomado como unitário. No caso de variáveis normalmente distribuídas, pode assumir-se que o intervalo da sua variação é intervalo interquartilico de 5% e 95% [34], podendo utilizar-se a equação (44). Este intervalo é relevante para a escolha dos valores superior e inferior das variáveis, para a formulação de combinações. O número mínimo de respostas necessárias pode ser dado pelas equações (58) e (59);
- Obtenção dos coeficientes de regressão, a partir das respostas obtidas, de acordo com a metodologia exposta nos pontos anterior e formulação da função de estado limite;
- Utilização do método FORM para avaliação da função de estado limite, obtendo-se o respectivo ponto de dimensionamento;
- Utilização do ponto de dimensionamento obtido no passo anterior como ponto central do novo intervalo, repetindo os passos de cálculo anteriores e reduzindo o intervalo de variabilidade de cada uma das variáveis (na prática, reduzindo  $k$ ), por exemplo, a metade do passo anterior, determinando um novo conjunto de coeficientes de regressão;
- O método é repetido até que convirja, com sucessivas reduções de variabilidade.

Em alguns casos práticos, a utilização de modelos baseados em superfícies de resposta poderá revelar-se inadequada e poderá nem sempre ser convergente [36]. Graficamente pode pensar-se, por exemplo, num caso em que conjunto de respostas forme 2 nuvens distintas de pontos onde, embora a orientação dos seus centróides possa ser a mesma, a dispersão de pontos em redor de cada uma pode ser muito diferente. A escolha dos pontos para a obtenção das respostas necessárias poderá não ter em consideração estas diferenças.

Desta forma, a obtenção de funções aproximadas para alguns processos poderá beneficiar de uma escolha de pontos de análise mais eficiente (para a obtenção de respostas), em relação à alternativa já descrita, e onde seja incluída, por exemplo, a correlação subjacente entre variáveis. A utilização do método das superfícies de resposta convencional (tal como foi apresentado) poderá ainda requerer um grande número de análises, em particular para problemas altamente não lineares.

Embora o método convencional possa nem sempre ser convergente, outros métodos existem que não apresentam esta dificuldade, tal como as superfícies de resposta que utilizam os polinómios baseados na expansão de Wiener ("*Wiener Polynomial Chaos*") [31]. A ideia básica destes métodos, também designados de CSRS (Collocation-Based Response Surface Method), está na obtenção do conjunto de pontos de estudo para a obtenção de respostas e dos coeficientes associados às variáveis a partir da expansão dos polinómios de *Hermite*.

Em [31] pode ser encontrado o trabalho de alguns autores relativo ao desenvolvimento de um suplemento para o software MS Excel que visa a implementação deste método. Por ser um trabalho ainda em desenvolvimento, nem todos os aspectos são abrangidos, do qual é especialmente relevante a incapacidade deste suplemento lidar com variáveis correlacionadas, aspecto esse, como se verá, relevante nas análises de fiabilidade.





## 4. CASOS DE ESTUDO

Pretende-se neste capítulo concretizar as metodologias de estudo descritas nos capítulos anteriores, na aplicação a dois casos de estudo, de complexidade diferente: concretamente, são abordados o caso da capacidade resistente de uma fundação directa e o da estabilidade um túnel circular.

Procura-se, em primeiro lugar, tirar proveito das expressões de cálculo existentes que procuram estimar os factores relevantes, em cada um dos casos e, compondo a partir destas a função de estado limite, proceder à sua análise de fiabilidade para determinadas condições de estudo. São igualmente avaliadas as aproximações às funções de estado limite obtidas pelo método *RSM*, verificando a validade de aplicação dos mesmos métodos nestas aproximações. Estas têm origem não só em conjuntos de respostas obtidas por aplicação directa das expressões de cálculo mas também nos resultados obtidos a partir de software de cálculo próprio, baseado em elementos finitos.

### 4.1. FUNDAÇÃO DIRECTA

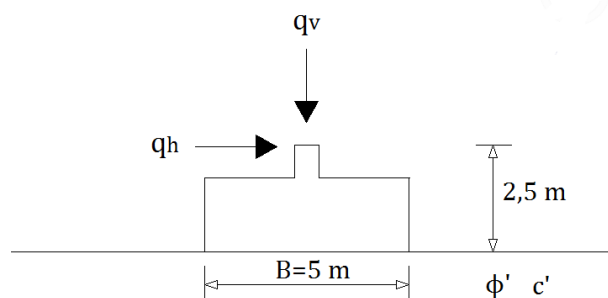
Nesta secção aborda-se a questão da capacidade de carga de uma fundação directa no contexto da análise de fiabilidade. Para tal, serão utilizadas os métodos descritos nas secções anteriores, sendo os resultados obtidos em cada uma comparados entre si e discutidos.

Dado que existem expressões de cálculo que procuram estimar a capacidade resistente do terreno ao carregamento, o estudo inicia-se avaliando a função de estado limite baseada numa destas expressões algébricas. A partir desta, as restantes abordagens serão comparadas.

#### Características do Problema

Tomando como referência o estudo de *Low* e *Tang* [22], adoptou-se um problema de características semelhantes. Estuda-se a capacidade de carga de uma fundação rectangular, superficial, assente em terreno do tipo areno-siltoso, no contexto da análise de fiabilidade. Neste estudo apenas o caso drenado é considerado.

Resumem-se, de seguida, as características geométricas do problema na Figura 13.



**Figura 13 – Fundação directa: características do problema**

O problema é caracterizado por duas variáveis base representativas do carregamento e duas representativas das propriedades resistentes, todas gaussianas, cujos parâmetros estatísticos se resumem na Tabela 12 e na Tabela 13.

**Tabela 12 – Fundação directa: parâmetros estatísticos das variáveis de base**

	Média ( $\mu$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )	Coefficiente de variação (CoV) (%)
$c'$ (kPa)	15	3	20
$\phi'$ (°)	25	2,5	10
$q_h$ (kN/m)	300	45	15
$q_v$ (kN/m)	1100	110	110

Estas variáveis não são tratadas como totalmente independentes, surgindo os parâmetros do terreno correlacionados entre si (numa correlação negativa), e as cargas actuautes com uma correlação de positiva. O facto de materiais com baixo ângulo de atrito interno tenderem a exibir maior coesão e, por outro lado, materiais com ângulo de atrito interno elevado tenham habitualmente reduzida coesão justifica esta correlação negativa nos parâmetros resistentes. Quanto à correlação entre as acções, o facto de esta ser positiva indica que sempre que uma destas aumenta, a outra tende a acompanhar este aumento (secção 2.4.2). Este dado poderá indicar, por exemplo, que a sua origem é a mesma.

**Tabela 13 – Fundação directa: matriz de correlação entre variáveis**

	$c'$	$\phi'$	$q_h$	$q_v$
$c'$	1	-0,5	0	0
$\phi'$	-0,5	1	0	0
$q_h$	0	0	1	0,5
$q_v$	0	0	0,5	1

Fixa-se a largura da fundação  $B$  no valor de 5 m, o seu comprimento  $L$  em 40 m e o peso volúmico do terreno  $\gamma$  em 21 kN/m<sup>3</sup>. Para efeitos de cálculo, considera-se a fundação não enterrada. A carga horizontal está aplicada a 2,5m da base da fundação.

#### 4.1.1. ANÁLISE DE FIABILIDADE COM BASE NA EXPRESSÃO ALGÉBRICA DA CAPACIDADE DE CARGA

A capacidade de carga  $R$  foi aproximada através da expressão de cálculo apresentada como sugestão de dimensionamento no anexo D do Eurocódigo 7, e que se apresenta de seguida, em conjunto com as expressões para o cálculo dos coeficientes adimensionais.

**Tensão resistente:**

$$R/A' = c'N_c s_c i_c + q'N_q s_q i_q + 0,5\gamma' B' N_\gamma s_\gamma i_\gamma \quad (65)$$

**Coeficientes adimensionais para:**

- ✓ Capacidade resistente do terreno ao carregamento

$$N_q = e^{\pi \tan \phi'} (\tan(45 + \frac{\phi'}{2}))^2 ; \quad N_c = (N_q - 1) \cot \phi' \quad (66)$$

$$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \phi'$$

- ✓ Forma da fundação

$$s_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin \phi' ; \quad s_c = s_q N_q - 1/N_q - 1 ; \quad s_\gamma = 1 - 0,3(B'/L') \quad (67)$$

- ✓ Inclinação da carga

$$i_q = \left(1 - \frac{H}{V + A' c' \cot \phi'}\right)^m ; \quad i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_c \tan \phi'} \quad (68)$$

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{H}{V + A' c' \cot \phi'}\right)^{m+1}$$

e onde,

$$m_B = \frac{2 + (B'/L')}{1 + (B'/L')} \quad (69)$$

quando  $H$  actua na direcção da largura  $B$ , ou

$$m_L = \frac{2 + (L'/B')}{1 + (L'/B')} \quad (70)$$

quando  $H$  actua na direcção do comprimento  $L$ .

Serão designadas por *FEL 1* e *FEL 2* e *FEL 3* as funções de estado limite  $g(X) = FS - 1$ , sendo o coeficiente de segurança  $FS$  definido de forma diversa para cada umas delas, conforme descrito na sequência. As duas últimas funções apenas serão abordadas nas aproximações por superfícies de resposta, na secção 4.1.2. A consideração de três funções diferentes possibilita a comparação da via algébrica de definição de falha com a via numérica (na qual se utilizarão as funções de estado limite *FEL 2* e *FEL 3*), assunto este abordado na secção 4.1.3, bem como a comparação das próprias vias entre si, as quais constituem diferentes abordagens para o mesmo problema.

Na primeira função de estado limite, o coeficiente de segurança é obtido como sendo o quociente entre a capacidade de carga ( $R$ ) e a tensão vertical actuante ( $S$ ), que provém exclusivamente da carga vertical  $q_v$ ; na segunda, o coeficiente de segurança é obtido como sendo o valor que, multiplicado simultaneamente pelas cargas horizontal ( $q_h$ ) e vertical ( $q_v$ ), verifica a condição  $R = S$ , sendo mantidos fixos os parâmetros resistentes; na terceira alternativa, coeficiente de segurança ( $FS$ ) é obtido através de redução homotética dos parâmetros resistentes,  $c'$  e  $\phi'$ . Para isso, foi desenvolvida uma folha de cálculo que procede à variação do factor de  $c'$  e  $\tan \phi'$ , até que a capacidade resistente e a tensão actuante se igualem. Neste caso, são os parâmetros de carga que são mantidos fixos. Esta modalidade é também utilizada em programas de análise numérica de tensão-deformação, em particular no software *PLAXIS*, onde este módulo tem a designação de ' $c'$ - $\phi'$  reduction'.

#### Aproximação à probabilidade de falha pelo método *FORM*

Foi implementado um processo de cálculo automático para o dimensionamento de fundações superficiais, inspirado na proposta de Low e Tang [22]. Na abordagem destes autores, o cálculo do índice de fiabilidade processa-se no espaço original das variáveis, sem que haja necessidade de proceder à sua transformação, através da minimização do valor de  $\beta$  para o qual o respectivo elipsóide é tangente à função de estado limite. Esta metodologia de optimização alcança os mesmos resultados do método *FORM* [23].

Todos os cálculos, para esta metodologia, foram desenvolvidos no software *MS Excel*. A minimização do índice de fiabilidade  $\beta$ , compatível com a tangência do elipsóide de densidade de probabilidade e da função limite, é conseguido com recurso à ferramenta *Solver*, utilizando a opção de minimização do valor da célula de cálculo definida pela expressão (36). A função de estado limite ( $FEL1$ ) provém, como se disse, do esquema de cálculo automático desenvolvido. Uma vez assumindo o objectivo de minimização de  $\beta$ , definindo como variáveis de alteração as células correspondentes ao ponto de dimensionamento e impondo as restrições i)  $g(X) = 0$  (coordenadas do ponto sobre a função de estado limite) e ii)  $c' > 0$ ;  $\phi' > 0$ ;  $q_h > 0$ ;  $q_v > 0$ , obtém-se o menor valor de índice de fiabilidade que torna o respectivo elipsóide tangente à função de estado limite. As células que compõem este esquema de cálculo são ilustradas na Figura 14.

INPUT																																							
OUTPUT																																							
		Cargas Verticas ↓ +																																					
		Cargas Horizontais → +																																					
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="5">Parâmetros</th> </tr> <tr> <th></th> <th>xvalues</th> <th>mean</th> <th>Standard Deviation (σ)</th> <th>nvect</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>c [kPa]</td> <td>14,36</td> <td>15</td> <td>3</td> <td>-0,2143</td> </tr> <tr> <td>φ' (°)</td> <td>20,70</td> <td>25</td> <td>2,5</td> <td>-1,7182</td> </tr> <tr> <td>Q<sub>h</sub>/m (kN/m)</td> <td>353,07</td> <td>300</td> <td>45</td> <td>1,17939</td> </tr> <tr> <td>Q<sub>v</sub>/m (kN/m)</td> <td>1196,94</td> <td>1100</td> <td>110</td> <td>0,8813</td> </tr> </tbody> </table>								Parâmetros						xvalues	mean	Standard Deviation (σ)	nvect	c [kPa]	14,36	15	3	-0,2143	φ' (°)	20,70	25	2,5	-1,7182	Q <sub>h</sub> /m (kN/m)	353,07	300	45	1,17939	Q <sub>v</sub> /m (kN/m)	1196,94	1100	110	0,8813		
Parâmetros																																							
	xvalues	mean	Standard Deviation (σ)	nvect																																			
c [kPa]	14,36	15	3	-0,2143																																			
φ' (°)	20,70	25	2,5	-1,7182																																			
Q <sub>h</sub> /m (kN/m)	353,07	300	45	1,17939																																			
Q <sub>v</sub> /m (kN/m)	1196,94	1100	110	0,8813																																			
					Por unidade de comprimento da sapata																																		
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">Factores</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>N<sub>q</sub></td> <td>6,8645995</td> <td>i<sub>q</sub></td> <td>0,89917</td> <td>s<sub>q</sub></td> <td>1,03116</td> </tr> <tr> <td>N<sub>c</sub></td> <td>15,516523</td> <td>i<sub>c</sub></td> <td>0,88198</td> <td>s<sub>c</sub></td> <td>1,03647</td> </tr> <tr> <td>N<sub>y</sub></td> <td>4,4331488</td> <td>i<sub>y</sub></td> <td>0,85072</td> <td>s<sub>y</sub></td> <td>0,97356</td> </tr> </tbody> </table>								Factores				N <sub>q</sub>	6,8645995	i <sub>q</sub>	0,89917	s <sub>q</sub>	1,03116	N <sub>c</sub>	15,516523	i <sub>c</sub>	0,88198	s <sub>c</sub>	1,03647	N <sub>y</sub>	4,4331488	i <sub>y</sub>	0,85072	s <sub>y</sub>	0,97356										
Factores																																							
N <sub>q</sub>	6,8645995	i <sub>q</sub>	0,89917	s <sub>q</sub>	1,03116																																		
N <sub>c</sub>	15,516523	i <sub>c</sub>	0,88198	s <sub>c</sub>	1,03647																																		
N <sub>y</sub>	4,4331488	i <sub>y</sub>	0,85072	s <sub>y</sub>	0,97356																																		
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Equação de Estado Limite</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>G(Xi) = G(q<sub>u</sub>,q)</td> <td>2,2E-09</td> </tr> </tbody> </table>		Equação de Estado Limite		G(Xi) = G(q <sub>u</sub> ,q)	2,2E-09	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Índice de Fiabilidade</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>β</td> <td>2,44802</td> </tr> </tbody> </table>		Índice de Fiabilidade		β	2,44802	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Probabilidade de Falha</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>P<sub>f</sub></td> <td>0,00718</td> </tr> </tbody> </table>		Probabilidade de Falha		P <sub>f</sub>	0,00718	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="4">Matriz de Correlação</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>-0,5</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>-0,5</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0,5</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0,5</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		Matriz de Correlação				1	-0,5	0	0	-0,5	1	0	0	0	0	1	0,5	0	0	0,5	1
Equação de Estado Limite																																							
G(Xi) = G(q <sub>u</sub> ,q)	2,2E-09																																						
Índice de Fiabilidade																																							
β	2,44802																																						
Probabilidade de Falha																																							
P <sub>f</sub>	0,00718																																						
Matriz de Correlação																																							
1	-0,5	0	0																																				
-0,5	1	0	0																																				
0	0	1	0,5																																				
0	0	0,5	1																																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Características da Fundação para o Cálculo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>L'</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>B'</td> <td>3,525106258</td> </tr> </tbody> </table>				Características da Fundação para o Cálculo		L'	40	B'	3,525106258	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Características da Carga Horizontal Y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>e<sub>B</sub> (m)</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>e<sub>L</sub> (m)</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>				Características da Carga Horizontal Y		e <sub>B</sub> (m)	0	e <sub>L</sub> (m)	0																				
Características da Fundação para o Cálculo																																							
L'	40																																						
B'	3,525106258																																						
Características da Carga Horizontal Y																																							
e <sub>B</sub> (m)	0																																						
e <sub>L</sub> (m)	0																																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Características da Carga Vertical</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>e<sub>y</sub> (m)</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>e<sub>x</sub> (m)</td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>				Características da Carga Vertical		e <sub>y</sub> (m)	0	e <sub>x</sub> (m)	0	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Momento Resultantes [kNm/m]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>M<sub>x</sub></td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>M<sub>y</sub></td> <td>882,6814971</td> </tr> </tbody> </table>				Momento Resultantes [kNm/m]		M <sub>x</sub>	0	M <sub>y</sub>	882,6814971																				
Características da Carga Vertical																																							
e <sub>y</sub> (m)	0																																						
e <sub>x</sub> (m)	0																																						
Momento Resultantes [kNm/m]																																							
M <sub>x</sub>	0																																						
M <sub>y</sub>	882,6814971																																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Características da Carga Horizontal X</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Altura à base(m)</td> <td>2,5</td> </tr> </tbody> </table>				Características da Carga Horizontal X		Altura à base(m)	2,5	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Excentricidades Resultantes [m]</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>e<sub>x</sub></td> <td>0,737446871</td> </tr> <tr> <td>e<sub>y</sub></td> <td>0</td> </tr> </tbody> </table>				Excentricidades Resultantes [m]		e <sub>x</sub>	0,737446871	e <sub>y</sub>	0																						
Características da Carga Horizontal X																																							
Altura à base(m)	2,5																																						
Excentricidades Resultantes [m]																																							
e <sub>x</sub>	0,737446871																																						
e <sub>y</sub>	0																																						

**Figura 14 – Esquema de cálculo para a obtenção do índice de fiabilidade  $\beta$  pelo método FORM**

O ponto de dimensionamento obtido e os valores de fiabilidade correspondentes são apresentados na tabela seguinte.

**Tabela 14 – Fundação directa: resultado FORM – via algébrica**

Função de estado limite	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$q_h$ (kN/m)	$q_v$ (kN/m)	$\beta$	$p_f$
FEL 1	14,33	20,65	351,65	1185,40	2,447	0,007203

Os resultados obtidos, no que diz respeito ao ponto de dimensionamento, sugerem ainda que o ponto mais provável de rotura se encontra através do aumento dos parâmetros de carga (as acções) e diminuição das variáveis referentes às propriedades resistentes.

A título de exemplo e de forma a verificar qual a influência dos coeficientes de correlação utilizados, uma análise semelhante foi realizada, agora sem consideração de qualquer correlação entre variáveis (ou seja, para uma matriz de correlação identidade). Como resultado obtém-se um

valor de índice de fiabilidade  $\beta = 1,953$  e  $p_f = 0,02538$ . A comparação destes resultados ilustra a conhecida influência da existência de correlação entre as variáveis base no sentido de diminuir a incerteza do problema e, conseqüentemente, aumentar o valor da fiabilidade no ponto de dimensionamento.

No que diz respeito às restantes funções de estado limite (*FEL 2* e *FEL 3*), foi igualmente utilizada esta metodologia de cálculo para a optimização, embora apenas para os resultados obtidos na secção 4.1.2.

#### Aproximação à probabilidade de falha pelo método SORM

De forma a obter uma aproximação à probabilidade de falha pelo método SORM recorreu-se ao software de análise de fiabilidade e optimização *Rt* (Figura 15), desenvolvido pela UBC (University of British Columbia) [37]. Além de análises do tipo SORM, este software é igualmente capaz de proceder à análise recorrendo ao método FORM, mas tirando partido da mudança de espaço com transformação das variáveis (secção 2.4.2). Embora este programa não tenha sido utilizado para a realização sistemática do método FORM, foi conduzida uma análise comparativa entre resultados que ilustrou a coincidência destes quer quanto ao índice da fiabilidade quer ao próprio ponto de dimensionamento, entre ambas as metodologias FORM. Estes resultados reforçam o que se disse acerca da primeira metodologia apresentada (e da sua adequação).

O *software* possibilita ainda a análise pelo método de Monte-Carlo em “bruto” e com amostragem por importância.

Na Figura 15 apresenta-se a interface do programa para o cálculo, na qual se ilustra a realização do método SORM. Tal como na metodologia referida anteriormente, também este *software* recorre ao índice de fiabilidade obtido pela metodologia FORM (determinando igualmente o ponto de dimensionamento) e aplicando a correcção à probabilidade de falha devido à curvatura da função, de acordo com a expressão de *Breitung* – equação (44).

Como resultado obtêm-se os valores da Tabela 15.

**Tabela 15 - Fundação directa: resultados SORM – via algébrica**

Função de estado limite	$\beta$	$p_f$
FEL 1	2,419	0,007786

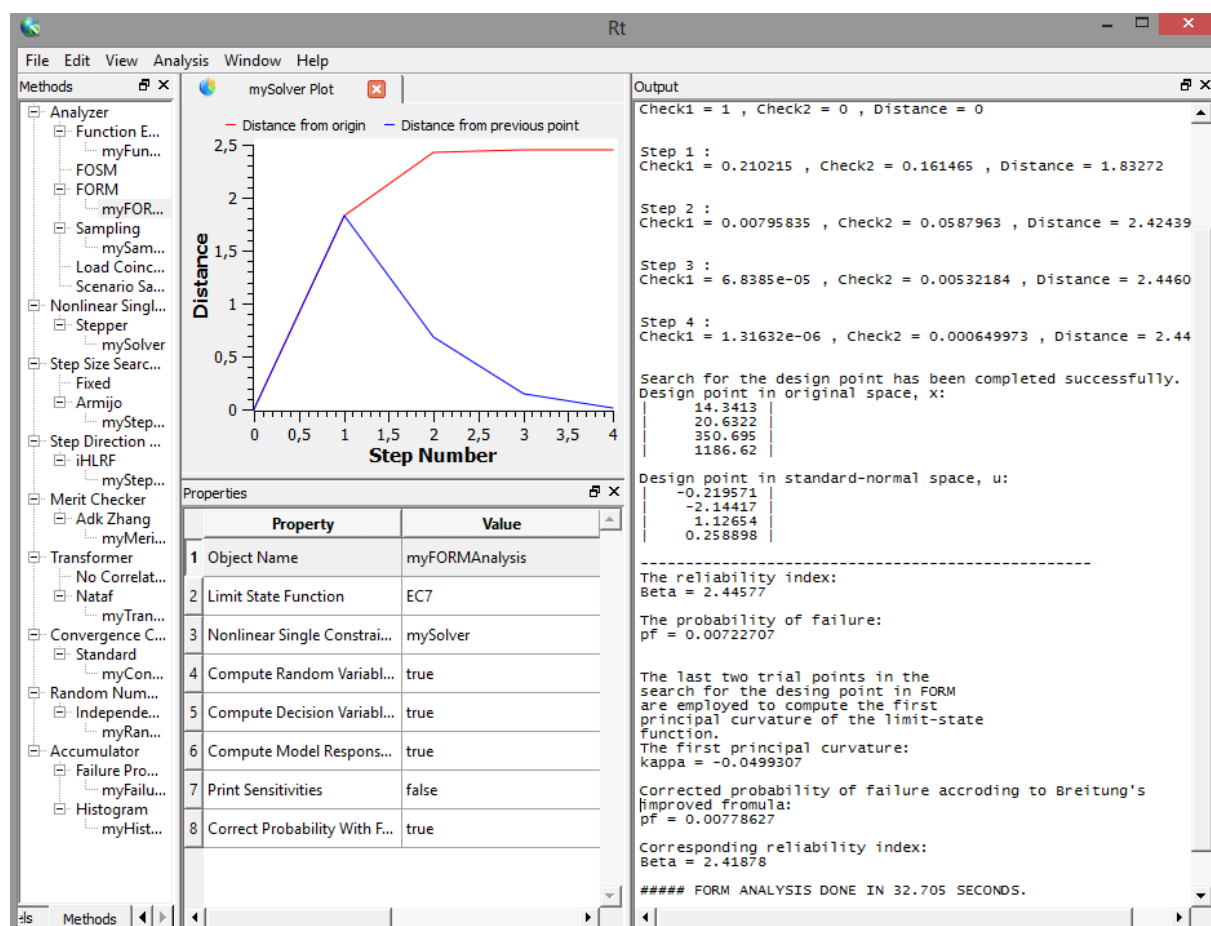


Figura 15 – Método SORM – Rt

A proximidade de resultados entre ambas as metodologias, no que diz respeito quer ao índice de fiabilidade quer à probabilidade de falha, permite afirmar que a curvatura da função de estado limite ( $FEL 1$ ) não será acentuada, pelo que as vantagens da utilização desta metodologia em detrimento da análise FORM não resultam evidentes.

### Aproximação à probabilidade de falha pelo método de Monte-Carlo

Uma vez mais recorreu-se ao software Rt, desenvolvendo-se 200 000 casos e avaliando a probabilidade de falha por aferição do número de casos de falha ( $g(x) < 0$ ). Note-se que a escolha deste número prende-se com a facilidade de aferição dos resultados da função considerada. Para este, uma estimativa do erro associado, tendo por base a equação (11) é de cerca de  $\varepsilon = 0,00085$ .

Além da determinação pelo método de Monte-Carlo “em bruto”, a probabilidade de falha foi também calculada utilizando a designada ‘amostragem selectiva’ (*Importance Sampling*), segundo a metodologia descrita na secção 2.3, a qual envolve a definição do valor médio da função no ponto de dimensionamento, favorecendo-se assim a geração de pontos na região de importância, que é, neste caso, o domínio de falha  $g(X) < 0$ . Para que esta informação possa ser utilizada, é necessário, pois, definir o ponto de dimensionamento. Para tal, o software realiza em primeiro lugar uma aproximação do tipo FORM, para obtenção das coordenadas do ponto de dimensionamento. A região de

importância pode agora ser estabelecida definindo para ponto médio as coordenadas do ponto de dimensionamento, estabelecendo na prática uma nova região de análise.

A realização do método de Monte-Carlo necessita assim de um número consideravelmente mais reduzido de simulações de forma a obter um coeficiente de variação do índice de fiabilidade da mesma ordem de grandeza.

Apresentam-se na Tabela 16 os resultados.

**Tabela 16 - Fundação directa: resultados Monte-Carlo –via algébrica**

<b>Função de estado limite</b>	<i>Nº de Casos</i>	<i>CoV</i>	$\beta$	$p_f$
<i>FEL 1</i>	200 000	0,0256198	2,429	0,00756

Utilizou-se, como se disse, a *amostragem selectiva*, de forma a obter um coeficiente de variação (*CoV*) relativo à probabilidade de falha mais baixo do que o obtido nesta abordagem, para o mesmo número de casos. Note-se que a grande vantagem deste método está na diminuição significativa de simulações necessárias para obter o mesmo coeficiente de variação, o que permite uma poupança significativa de tempo.

**Tabela 17 – Fundação directa: resultados Monte-Carlo com amostragem selectiva – via algébrica**

<b>Função de estado limite</b>	<i>Nº de Casos</i>	<i>CoV</i>	$\beta$	$p_f$
<i>FEL 1</i>	5 000	0,0240678	2,420	0,007751
	50 000	0,00758895	2,422	0,007711
	200 000	0,00379137	2,423	0,007706

Utilizando a amostragem selectiva, verifica-se que é possível obter um valor do coeficiente de variação da mesma ordem de grandeza do alcançado com o método “bruto” utilizando apenas 5 000 casos, número este bastante inferior os 200 000 originais. Por outro lado, realizando 200 000 cálculos em amostragem selectiva, o coeficiente de variação diminui, aproximadamente, uma ordem de grandeza. O erro absoluto entre o cálculo da  $p_f$  pelos métodos FORM e SORM (referência) e de Monte-Carlo é de  $2,1 \times 10^{-4}$  e de  $1,4 \times 10^{-4}$  (respectivamente para o método “bruto” e para o método selectivo), o que está de acordo com a estimativa inicial do erro da aplicação deste método com 200 000 realizações. A amplitude do erro relativo correspondente a esta probabilidade é da ordem de 3%.

### Discussão de Resultados

Os resultados provenientes da metodologia FORM revelam ser suficientemente precisos para as aplicações práticas. Assumindo o método de Monte-Carlo com *amostragem selectiva* como referência no método de Monte-Carlo, a diferença entre os resultados no que diz respeito ao índice de



fiabilidade  $\beta$  e probabilidade de falha  $p_f$  é muito pequena, pelo que constitui assim um bom indício da qualidade da aproximação. Verifica-se ainda que os resultados para 5000 casos com amostragem selectiva revelam ser melhores, ao nível do coeficiente de variação do índice de fiabilidade, que aqueles obtidos a partir da geração de 200 000 casos do método “em bruto”.

O grau de exactidão é crescente nas metodologias, pela ordem em que foram apresentadas, se for assumido o método de Monte-Carlo selectivo como valor objectivo nas metodologias. Esta ideia é, aliás, coerente com o anteriormente exposto acerca destes métodos. Esta melhoria é, no entanto, muito pouco acentuada, o que denota a natureza mais linear da função de estado limite, razão que leva à grande proximidade entre os resultados obtidos com as diferentes metodologias.

#### **4.1.2. ANÁLISE DE FIABILIDADE POR APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS SUPERFÍCIES DE RESPOSTA (RSM) À EXPRESSÃO ALGÉBRICA DA CAPACIDADE DE CARGA**

##### Aproximação pelo método das superfícies de resposta

Embora esta técnica seja mais adequada nos casos em que a expressão analítica descritora do fenómeno não esteja disponível, considerou-se importante a sua utilização de forma a exemplificar a aplicação desta metodologia e calibrá-la para as análises seguintes.

Dado que o conjunto de respostas necessárias (cf. secção 3) é obtido à custa da função de estado limite algébrica, a aplicação do método torna-se razoavelmente simples. Seguindo a prática corrente, para quatro variáveis básicas, para o número de dois níveis por variável consideradas e para a aproximação utilizada – um polinómio de primeiro grau, sem factores de interacção, como se apresenta na equação (61) – o número de respostas a considerar é de  $2^4 = 16$  respostas. A qualidade do ajuste é verificado através dos ‘coeficientes de determinação’  $R^2$  e  $\overline{R^2}$ .

Os dois níveis tomados para cada variável básica correspondem aos valores dos quantilhos superior e inferior de 5% [34], calculados através da equação (48).

Depois de ajustada a superfície de resposta para cada iteração, procede-se à análise de fiabilidade pelo método FORM, que, como visto no ponto anterior, constitui, neste caso, uma aproximação suficientemente precisa do índice de fiabilidade  $\beta$  e da probabilidade de falha  $p_f$ , de forma a obter o ponto de dimensionamento que servirá à iteração seguinte, tal como abordado em 3.5. Os valores objectivo são, pois, os obtidos na Tabela 14.

Os parâmetros estatísticos, quantilhos e combinações de parâmetros de entrada (vértices de um hipercubo de quarta dimensão), bem como as respectivas respostas, são apresentados nas tabelas seguintes.

**Tabela 18 - Parâmetros de entrada – RSM aplicado à fundação superficial**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	15	19,95	10,05
$\phi$ (°)	25	29,125	20,875
$q_h$ (kN/m)	300	374,25	225,75
$q_v$ (kN/m)	1100	1281,5	918,5

**Tabela 19 - Combinações de entrada e respostas (expressão algébrica) – Análise RSM**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Respostas		
	$c'$	$\phi'$	$q_h$	$q_v$	$c'$	$\tan \phi'$	$q_h$	$q_v$	$FS$ (quociente)	$FS$ (acções)	$FS$ (parâmetros resistentes)
1	+	+	+	+	19,95	0,5572	374,25	1281,5	931,38	3,0276	1,415
2	+	+	-	-	19,95	0,5572	225,75	918,5	1253,80	5,1240	1,706
3	+	-	-	-	19,95	0,3814	225,75	918,5	364,98	2,2005	1,314
4	+	-	+	-	19,95	0,3814	374,25	918,5	140,92	1,3395	1,112
5	-	+	+	+	10,05	0,5572	374,25	1281,5	558,95	2,2168	1,220
6	-	+	-	+	10,05	0,5572	225,75	1281,5	913,90	3,4027	1,379
7	-	-	+	-	10,05	0,3814	374,25	918,5	-46,54	0,8879	0,905
8	-	-	-	-	10,05	0,3814	225,75	918,5	180,89	1,5950	1,080
9	+	+	+	-	19,95	0,5572	374,25	918,5	794,62	2,9143	1,438
10	+	-	+	+	19,95	0,3814	374,25	1281,5	153,89	1,3350	1,079
11	-	-	-	+	10,05	0,3814	225,75	1281,5	135,10	1,3552	1,010
12	-	+	-	-	10,05	0,5572	225,75	918,5	882,13	3,9015	1,459
13	+	-	-	+	19,95	0,3814	225,75	1281,5	316,03	1,8309	1,200
14	-	-	+	+	10,05	0,3814	374,25	1281,5	-31,41	0,9316	0,901
15	-	+	+	-	10,05	0,5572	374,25	918,5	416,18	2,0026	1,210
16	+	+	-	+	19,95	0,5572	225,75	1281,5	1272,75	4,3462	1,579

Utilizando esta informação, é realizada a regressão linear de forma a obter a superfície de resposta, obtendo-se as seguintes expressões para as três funções de estado limite:

$$FEL\ 1 = -2,576 + 0,08478 \cdot c + 10,539 \cdot \tan \phi' - 10,06 \cdot q_h - 0,00683 \cdot q_v \quad (71)$$

$$R^2 = 0,966 \ ; \ \overline{R^2} = 0,954$$

$$FEL\ 2 = -2,01 + 0,0718 \cdot c + 8,242 \cdot \tan \phi' - 0,0051 \cdot q_h - 0,00042 \cdot q_v \quad (72)$$

$$R^2 = 0,936 \ ; \ \overline{R^2} = 0,913$$

$$FEL\ 3 = -0,470 + 0,0212 \cdot c + 1,995 \cdot \tan \phi - 0,001218 \cdot q_h - 0,000153 \cdot q_v \quad (73)$$

$$R^2 = 0,984 \ ; \ \overline{R^2} = 0,979$$

Em todos casos, ambos os coeficientes de determinação estão próximos do valor unitário, pelo que o ajustamento é, à partida, adequado para representar a amostra de base. No entanto, uma breve análise de fiabilidade permite verificar que as aproximações anteriores são ainda pouco precisas (apenas no que às análises de fiabilidade diz respeito, isto é, à determinação de  $\beta$  e  $p_f$ ).

Note-se ainda que, em qualquer das superfícies de resposta obtidas, a carga vertical tem associado um coeficiente de regressão de valor consideravelmente baixo quando comparado com o valor homólogo, na carga horizontal. Este facto traduz a maior importância que a carga horizontal tem no modo de rotura.

**Tabelas 20 e 21 – Fundação directa: resultados FORM – RSM aplicado à via algébrica (1<sup>a</sup>it)**

	RSM		Erro (%)
$\beta$	<i>FEL 1</i>	2,155	11,9
	<i>FEL 2</i>	2,005	18,1
	<i>FEL 3</i>	2,2028	10,0
$p_f$	<i>FEL 1</i>	0,015581	102,2
	<i>FEL 2</i>	0,022482	191,7
	<i>FEL 3</i>	0,013797	79

Ponto de Dimensionamento			
Parâmetro	<i>FEL 1</i>	<i>FEL 2</i>	<i>FEL 3</i>
$c$ (kPa)	15,08	14,896	14,20
$\phi'$ (°)	20,66	21,515	21,54
$q_h$ (kN/m)	337,62	351,934	357,261
$q_v$ (kN/m)	1145,16	1180,78	1197,88

O erro (cuja referência é o método de Monte-Carlo selectivo) associado na análise de fiabilidade é muito elevado. Embora possa ajustar as funções de desempenho, de uma forma geral, de forma razoável, o ajuste junto à zona de maior probabilidade de rotura, ou seja, junto ao ponto de dimensionamento, é ainda fraco.

No entanto, pode melhorar-se a aproximação da superfície de resposta utilizando a ideia descrita em 3.5. Utilizando agora como ponto de referência o ponto de dimensionamento obtido na primeira aproximação centrada nos valores médios das variáveis, obtém-se um maior número de respostas junto à zona mais condicionante da função original (no sub-domínio de rotura), pelo que o ajuste nesta zona irá melhorar. Foi utilizado um esquema iterativo de forma a aproximar o mais possível a superfície de resposta. Cada iteração  $i$  utiliza a informação obtida na anterior, fazendo com que o método convirja para os valores objectivo (cf. secção 3.4).

É importante referir que o que se procura é um melhoramento exclusivamente local, na imediação da zona mais condicionante (relevante para a análise de fiabilidade) pelo que o ajuste da função de

desempenho não é melhorado em todo o domínio. Pelo contrário, reduzindo a amplitude da nuvem de pontos, a aproximação deverá piorar fora do domínio crítico.

Para cada uma das funções, o valor médio é agora centrado no ponto de dimensionamento da iteração anterior. De forma a concentrar os valores o mais possível da zona condicionante, o intervalo de valores máximo e mínimo para os parâmetros é encurtado, através da consideração de quantilhos superiores através de um factor  $k$ , compreendido entre 0 e 1, da seguinte forma:

$$X_i^{max} = X_{i-1}^* + k \cdot (1,65 \cdot \sigma) ; X_i^{min} = X_{i-1}^* - k \cdot (1,65 \cdot \sigma) \quad (74)$$

Na primeira iteração utiliza-se a informação relativa à aproximação aos valores médios, e assim sucessivamente.

Realizaram-se 4 passos iterativos, sendo que os valores adoptados para  $k$  em cada iteração são, por ordem crescente, 1, 0,5, 0,25 e 0,125, ou seja, diminuindo sucessivamente para metade do anterior. O critério de convergência é definido pela limitação a 1% do erro relativo entre probabilidade de falha entre duas iterações sucessivas. As superfícies de resposta bem como os restantes resultados obtidos na última iteração, a quarta, em cada função de estado limite, apresentam-se de seguida. Os restantes resultados apresentam-se no Anexo A.

$$FEL\ 1 = -1,526 + 0,050 \cdot c + 5,104 \cdot \tan \phi' - 0,00224 \cdot q_h - 0,000275 \cdot q_v \quad (75)$$

$$R^2 = 0,999 ; R_{adj}^2 = 0,999$$

$$FEL\ 2 = -1,365 + 0,0448 \cdot c + 4,568 \cdot \tan \phi' - 0,0020 \cdot q_h - 0,000248 \cdot q_v \quad (76)$$

$$R^2 = 0,999 ; R_{adj}^2 = 0,999$$

$$FEL\ 3 = -1,365 + 0,0448 \cdot c + 4,568 \cdot \tan \phi - 0,0020 \cdot q_h - 0,000248 \cdot q_v \quad (77)$$

$$R^2 = 0,999 ; \bar{R}^2 = 0,999$$

Sendo na prática unitários, os 'coeficientes de determinação' atestam a qualidade do ajustamento à pequena zona crítica. Note-se ainda que, embora as diferenças nas expressões e nos resultados obtidos (ver Tabela 19), as superfícies de resposta correspondentes às equações (76) e (77) são, na prática, a mesma. Junto ao ponto de dimensionamento, e para uma nuvem de pontos com dispersão reduzida (valor de  $k$  reduzidos), os resultados revelam-se muitos próximos, o que justifica a semelhança entre as equações. Os comentários feitos para as superfícies de resposta resultantes da Tabela 19 mantêm-se válidos.

As superfícies de resposta obtidas anteriormente são avaliadas de acordo com a metodologia FORM, descrita no ponto anterior (4.1.1.), apresentando-se os resultados de seguida.

**Tabelas 22 e 23 – Fundação directa: resultados FORM – RSM aplicado à via analítica (4<sup>a</sup>it)**

	RSM		Erro (%)
$\beta$	<i>FEL 1</i>	2,4503	0,14
	<i>FEL 2</i>	2,4503	0,14
	<i>FEL 3</i>	2,4504	0,14
$p_f$	<i>FEL 1</i>	0,007137	0,92
	<i>FEL 2</i>	0,007135	0,94
	<i>FEL 3</i>	0,007135	0,94

Parâmetro	Ponto de Dimensionamento		
	FEL 1	FEL 2	FEL 3
$c'$ (kPa)	14,32	14,32	14,32
$\phi'$ (°)	20,64	20,63	20,64
$q_h$ (kN/m)	351,02	350,86	350,89
$q_v$ (kN/m)	1186,76	1186,67	1186,77

Não só o erro associado ao índice de fiabilidade e probabilidade de falha se mantém em valores muito baixos como também as coordenadas do ponto de dimensionamento coincidem, na prática, com o ponto objectivo (ponto de dimensionamento obtido pela função original). O critério de convergência é respeitado ao fim da quarta iteração.

Dado que se utilizaram modelos lineares, a metodologia *SORM* não é relevante e como tal não foi aplicada neste caso.

#### Aproximação do modelo de superfície de resposta pelo método de Monte-Carlo

Obteve-se ainda a estimativa do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha, utilizando o método de Monte-Carlo. A análise foi realizada utilizando as equações (75), (76) e (77) e fazendo uso da técnica de amostragem selectiva, já que, como visto, permite a obtenção de resultados mais precisos. Os resultados são resumidos nas tabelas seguintes.

**Tabela 24 – Fundação directa: resultados Monte-Carlo – RSM aplicado à via analítica**

Função de estado limite	Nº de Casos	CoV	$\beta$	$p_f$
<i>FEL 1</i>	200 000	0,00697	2,4589	0,007751
<i>FEL 2</i>	200 000	0,00376	2,4621	0,006906
<i>FEL 3</i>	200 000	0,00376	2,4621	0,006906

Também por esta via se verifica a grande adequabilidade dos resultados obtidos, a partir desta análise de fiabilidade. Note-se que esta adequabilidade não pode ser expectável em todos os casos já que, tal como dito anteriormente, o polinómio determinado deverá ser entendido como ajustado exclusivamente na vizinhança do ponto de dimensionamento. Neste caso, verifica-se que a função

original e as funções de estado limite obtidas, além de serem muito próximas entre si, têm também um carácter fortemente linear que é justificado pelo facto das superfícies obtidas revelarem probabilidades de falha (e índices de fiabilidade) muito próximos dos da função original. Essa mesma conclusão tinha sido já obtida pela utilização do método *SORM* à função original.

#### **4.1.3. ANÁLISE DE FIABILIDADE BASEADA NA AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE DESEMPENHO RECORRENDO AO MÉTODO DAS SUPERFÍCIES DE RESPOSTA**

Como referido anteriormente, o problema da capacidade de carga da fundação directa, no contexto da análise de fiabilidade, é de relativa simplicidade, graças às expressões algébricas existentes de estimativa da capacidade de carga e que permitem a construção de funções de estado limite algébricas para a análise de fiabilidade. Porém, na maioria dos casos, essas expressões não estão disponíveis.

Em projecto geotécnico, é comum utilizarem-se modelos numéricos, recorrendo a software de análise de tensão-deformação, de forma a avaliar, por exemplo, a segurança de uma estrutura ou de um terreno relativamente à rotura ou a deslocamentos em excesso. O poder de cálculo destes programas e a flexibilidade de modelação de diferentes problemas geotécnicos torna-os bastante úteis e relevantes no âmbito da avaliação da segurança em geotecnia. É, por isso, de todo o interesse, combinar as metodologias e os conceitos probabilísticos apresentados anteriormente com esta via de cálculo.

Pretende-se aplicar o método das superfícies de resposta (RSM), com o objectivo de calibrar uma aproximação da função de estado limite, através do conjunto de respostas numéricas obtidas com um programa de cálculo, de forma a proceder a uma análise de fiabilidade. Este procedimento é semelhante ao realizado na secção anterior, residindo a sua única diferença na origem das respostas (que está, neste caso, no programa de cálculo).

Foi utilizado o software de cálculo por elementos finitos *PLAXIS* (versão 8). Apresenta-se de seguida todo o processo de cálculo bem como os resultados obtidos e a sua discussão.

##### Modelo utilizado e parâmetros de entrada

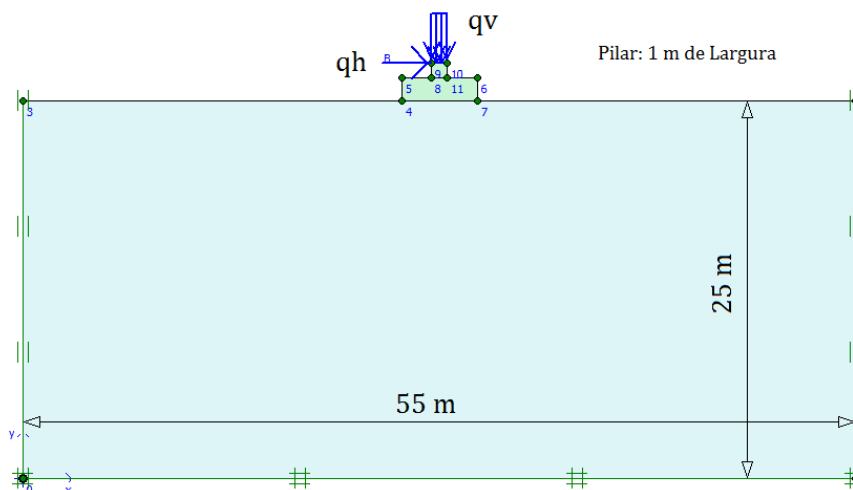
Previamente à análise, considerou-se importante validar o modelo de cálculo utilizado, no que diz respeito à geometria e aos parâmetros de entrada. Este último ponto tem especial relevância uma vez que alguns parâmetros geotécnicos não utilizados nos cálculos anteriores são requeridos como dados de entrada na modelação por elementos finitos. Embora não sejam, à partida, relevantes para a capacidade de carga, estes parâmetros têm obrigatoriamente de ser definidos para a corrida do programa. Procura-se, através de uma análise de sensibilidade, avaliar a relevância de alguns parâmetros, e verificar em que medida a sua variação é relevante neste problema.

Procura-se igualmente relacionar os resultados obtidos pela via numérica e analítica, no que diz respeito à capacidade de carga. Embora seja expectável a diferença de resultados, dada a

discrepância formal e metodológica dos métodos (um corresponde a uma análise de equilíbrio incremental de tensão-deformação e outro a uma análise limite), estes deverão ser comparáveis.

Analysaram-se quatro situações semelhantes, variando-se entre elas o módulo de deformabilidade ( $E$ ). Verificou-se a capacidade de carga em cada uma das situações e compararam-se estes valores com o homólogo algébrico.

Apresenta-se de seguida a geometria utilizada neste cálculo. As dimensões da fundação são as já apresentadas na Figura 13.



**Figura 16 – Modelo de cálculo de fundação superficial - PLAXIS**

Utilizou-se o critério de rotura Mohr-Coulomb, considerando o ângulo de dilatação  $\psi = 0^\circ$  e um coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ . A sapata de fundação é considerada como corpo rígido, desprezando a sua deformabilidade através da adopção de um valor muito elevado de  $E$  em comparação com o do terreno. Por simplicidade, apenas se considerou uma carga vertical distribuída na análise de sensibilidade aos parâmetros. A carga de rotura é obtida através do módulo 'Total Multipliers', no qual a carga actuante é multiplicada por um factor até que o solo atinja a rotura. Esse factor, designado no PLAXIS de  $\Sigma - Mload$ , corresponde para uma carga unitária à carga de rotura, sendo depois convertido em tensão resistente.

Os restantes parâmetros e os resultados são apresentados no quadro seguinte.

**Tabela 25 – Análise numérica – modelo de cálculo ( $\nu=0,3$ )**

$E$ (MPa)	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$q_u$ - Expressão algébrica (kPa)	$q_u$ – Cálculo numérico (kPa)
10	15	25	784	767,4
20				767,8
40				766,9
60				767,4

A mesma análise foi feita, variando agora o coeficiente de Poisson, tendo sido fixado o valor de  $E$  em 40 MPa nestas análises.

**Tabela 26 – Análise numérica – modelo de cálculo ( $E=40$  MPa)**

$\nu$	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$qu$ - Expressão algébrica (kPa)	$qu$ – Cálculo numérico (kPa)
0,2	15	25	784	762,6
0,3				766,9
0,4				769,5

Para uma gama alargada de módulos de deformabilidade, e diferentes valores de coeficiente de Poisson, o valor da resistência não se altera muito. Note-se que a utilização desta gama de valores não pretende representar os valores associados ao terreno em causa. A sua escolha visa apenas justificar a pequena sensibilidade da capacidade resistente para uma gama alargada destes valores. Não se procedeu à variação do ângulo de dilatância  $\psi$  (que corresponde também a um dos parâmetros de entrada deste critério), já que, no geral, em terrenos arenosos (parágrafo seguinte), este parâmetro é nulo para valores de  $\phi'$  inferiores a 30° [38]. Por outro lado, em comparação com o resultado da expressão analítica, verifica-se que os resultados obtidos por cada uma das vias se aproximam consideravelmente, confirmando assim a adequabilidade deste modelo numérico para o fim em vista. O facto de a solução numérica ser, em todos os cálculos, inferior ao valor analítico não significa que sistematicamente todos os resultados obtidos pela utilização deste método sejam inferiores aos obtidos pela via analítica. Aliás, como se verá no caso em estudo, muitas vezes isso não acontece.

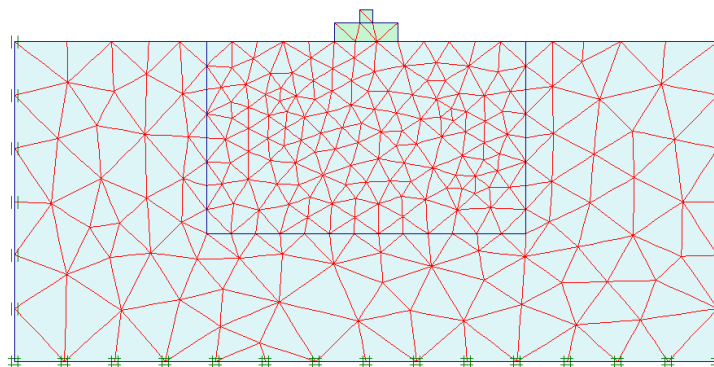
Avaliando exclusivamente a partir dos seus parâmetros (Tabela 12), tal como foi dito na descrição deste problema, este terreno poderia corresponder, provavelmente, a uma areia siltosa. Para este, e dada a (pequena) profundidade de influência mobilizada pela fundação [8] optou-se pela utilização de  $E=40$  MPa,  $\nu = 0,3$  e  $\psi = 0^\circ$  no modelo final, para obtenção das respostas necessárias. Trata-se portanto de um terreno cujas características geotécnicas sugerem uma relativamente reduzida competência para suporte de fundação directa.

Do ponto de vista da modelação numérica, um factor muito relevante é a tipologia da malha em especial a forma e a densidade espacial – ou dimensão representativa – de elementos. Se por um lado a escolha de uma malha muito refinada permite obter resultados mais precisos, as exigências computacionais desta escolha são muito superiores e o tempo requerido torna-se, por vezes, impeditivo da sua escolha. Este facto é particularmente relevante neste caso, uma vez que o número de cálculos necessários é elevado.

Aproveitando o facto de nem todas as zonas desta malha terem igual importância, e pelo conhecimento prévio do mecanismo de rotura que está associado (ver, por exemplo, [7]), delimitou-se uma zona, mais próxima da fundação, onde é adoptada uma malha mais fina, sendo que na restante área se opta por uma malha menos densa. De forma a delimitar esta zona de maior interesse,



realizou-se, antes de mais, um cálculo do mesmo tipo e em condições semelhantes aos que se realizam depois. Uma malha grosseira é utilizada e são verificadas as zonas de concentração de esforços. De acordo com os resultados e de forma algo folgada e grosseira, restringiu-se a malha mais densa a um comprimento à esquerda e à direita da dos limites da fundação igual a  $2B$  e a uma profundidade de  $3B$ . Esta malha ilustra-se de seguida.



**Figura 17 – Malha utilizada no cálculo – Malha fina (ao centro) e medianamente refinada no restante domínio**

#### Aproximação pelo método das superfícies de resposta

Na obtenção de respostas foi agora utilizada a análise numérica (PLAXIS). A metodologia é muito semelhante à adoptada nos casos anteriores, com a diferença do cálculo ser mais demorado, já que, na impossibilidade de utilizar uma aplicação de gestão automática da interacção com o PLAXIS, torna-se necessário actualizar manualmente os dados do problema em cada iteração, na interface do programa, de forma a obter cada uma das respostas. A análise é realizada à semelhança do que já foi descrito na secção anterior, no caso analítico, utilizando o método das superfícies de resposta.

Construíram-se as funções de estado limite *FEL 2* e *FEL 3*, a partir dos coeficientes de segurança (*FS*) obtidos de acordo a metodologia descrita na secção 4.1.1. No PLAXIS, a factorização da carga (incremento pelo mesmo factor) pode ser feito a partir do módulo '*Total Multipliers*'. Para cada incremento, verifica-se a convergência da solução, correspondendo o coeficiente de segurança ao último cálculo para o qual a estabilidade ainda se verifica.

Uma dificuldade inerente a este processo prende-se com a existência de combinações de parâmetros (valores iniciais), que não correspondem a uma situação inicial de estabilidade e, por isso, sem convergência no cálculo de arranque. Este módulo será, à partida, realizado depois de serem definidas as cargas instaladas, em cada caso. No entanto, tal apenas seria possível nos casos em que a desestabilização apenas ocorresse para cargas superiores às da combinação inicial, e nunca poderia ser verificada nas situações em que essas cargas induzissem desde logo a falta de convergência numérica de equilíbrio, indício, portanto, de rotura. Desta forma, numa primeira fase são definidas cargas unitárias em substituição das de combinação. Mantendo a proporção entre a carga vertical e a carga horizontal (em cada combinação de parâmetros), estas cargas vão sendo incrementadas até que a convergência deixe de ser verificada. O quociente entre o factor de

incremento obtido para uma das cargas (que representa, no fundo, a carga de rotura respectiva) e o valor desse factor correspondente às cargas iniciais nessa combinação corresponde ao coeficiente de segurança.

Apresentam-se de seguida as respostas obtidas no cálculo da quarta (última) iteração com afectação das cargas e as respectivas expressões das superfícies de resposta para esta iteração.

**Tabela 27 - Combinações de entrada e respostas (análise numérica; 4ª it.)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c'$	$\phi'$	$q_h$	$q_v$	$c'$	$\tan \phi'$	$q_h$	$q_v$	FS (cargas)
1	+	+	+	+	15,39	0,42	349,73	1168,69	1,038
2	+	+	-	-	15,39	0,42	331,17	1123,31	1,098
3	+	-	-	-	15,39	0,40	331,17	1123,31	1,002
4	+	-	+	-	15,39	0,40	349,73	1123,31	0,948
5	-	+	+	+	14,15	0,42	349,73	1168,69	0,987
6	-	+	-	+	14,15	0,42	331,17	1168,69	1,045
7	-	-	+	-	14,15	0,40	349,73	1123,31	0,898
8	-	-	-	-	14,15	0,40	331,17	1123,31	0,951
9	+	+	+	-	15,39	0,42	349,73	1123,31	1,037
10	+	-	+	+	15,39	0,40	349,73	1168,69	0,951
11	-	-	-	+	14,15	0,40	331,17	1168,69	0,953
12	-	+	-	-	14,15	0,42	331,17	1123,31	1,049
13	+	-	-	+	15,39	0,40	331,17	1168,69	1,003
14	-	-	+	+	14,15	0,40	349,73	1168,69	0,900
15	-	+	+	-	14,15	0,42	349,73	1123,31	0,983
16	+	+	-	+	15,39	0,42	331,17	1168,69	1,098

$$FEL\ 2 = -1,378 + 0,0414 \cdot c + 4,323 \cdot \tan \phi' - 0,00307 \cdot q_h + 2,536 \times 10^{-5} \cdot q_v$$

$$R^2 = 0,999 \ ; \ \bar{R}^2 = 0,998 \quad (78)$$

Na análise do coeficiente de segurança através da redução dos parâmetros (no PLAXIS, '*c –  $\phi$  reduction*'), o mesmo problema se coloca. Existem, por vezes, situações em que à partida, para os dados de entrada da análise, não é possível obter convergência. Nestas situações, a fase de redução de parâmetros até à rotura nunca seria realizada, dado que a rotura ocorreria desde logo para parâmetros com valor superior aos da combinação em causa. De forma a contornar este problema, construiu-se uma folha de cálculo auxiliar, onde estes parâmetros de entrada ( $c'$  e  $\tan \phi'$ , conforme explicado) são incrementados por um factor suficientemente folgado (como seja, por exemplo, em 50%), tomando estes como os dados de entrada no problema. De forma expectável, obtém-se a convergência para estes valores de entrada, sendo estes parâmetros reduzidos progressivamente, até que se verifique a não convergência, obtendo-se então um coeficiente de segurança (no PLAXIS, surge com a nomenclatura de  $\sum Msf$ ). Este é posteriormente convertido num valor de  $c'$  (ou, em alternativa,  $\tan \phi'$ ). O coeficiente de segurança real corresponderá, pois, ao quociente entre valor original de combinação e este.

Apresentam-se de seguida as respostas obtidas no cálculo da quarta (última) iteração e as respectivas expressões das superfícies de resposta para esta iteração.

**Tabela 28 - Combinações de entrada e respostas (análise numérica; 4ª it.)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c'$	$\phi'$	$q_h$	$q_v$	$c'$	$\tan \phi'$	$q_h$	$q_v$	FS (parâmetros resistentes) = $\sum Msf$
1	+	+	+	+	15,38	0,42	350,51	1171,63	1,019
2	+	+	+	-	15,38	0,42	350,51	1126,26	1,016
3	+	+	-	-	15,38	0,42	331,95	1126,26	1,044
4	+	+	-	+	15,38	0,42	331,95	1171,63	1,042
5	+	-	+	+	15,38	0,40	350,51	1171,63	0,980
6	+	-	+	-	15,38	0,40	350,51	1126,26	0,980
7	+	-	-	-	15,38	0,40	331,95	1126,26	1,004
8	+	-	-	+	15,38	0,40	331,95	1171,63	1,003
9	-	-	+	+	14,14	0,40	350,51	1171,63	0,960
10	-	-	+	-	14,14	0,40	350,51	1126,26	0,958
11	-	-	-	-	14,14	0,40	331,95	1126,26	0,983
12	-	-	-	+	14,14	0,40	331,95	1171,63	0,982
13	-	+	+	+	14,14	0,42	350,51	1171,63	0,999
14	-	+	+	-	14,14	0,42	350,51	1126,26	0,997
15	-	+	-	-	14,14	0,42	331,95	1126,26	1,021
16	-	+	-	+	14,14	0,42	331,95	1171,63	1,020

$$FEL\ 3 = -0,5705 + 0,0168 \cdot c + 1,83 \cdot \tan \phi' - 0,00127 \cdot q_h + 4,22 \times 10^{-6} \cdot q_v \quad (79)$$

$$R^2 = 0,998 \ ; \ \bar{R}^2 = 0,998$$

Em ambas as abordagens, os coeficientes de determinação são, na prática, unitários, correspondendo a ajustamentos adequadamente explicativos dos valores observados.

Note-se que, permanecem válidos os comentários feitos às equações (71) a (73) e (75) a (77). A importância da carga vertical é, em ambas as superfícies de resposta obtidas, muito reduzida, quer para a equação (78) quer para a equação (79), uma vez os coeficientes associados a esta variável são muito reduzidos e, inclusivamente contribuindo para a estabilidade da estrutura, devido aos seus coeficientes de sinal positivo.

Os valores obtidos pela metodologia FORM para o índice de fiabilidade e probabilidade de falha, bem como o ponto de dimensionamento são apresentados na Tabela 29.

**Tabela 29 – Fundação directa: resultados FORM – RSM aplicado na via numérica**

Função de estado limite	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$q_h$ (kN/m)	$q_v$ (kN/m)	$\beta$	$p_f$
<i>FEL 2</i>	14,73	22,41	340,23	1147,66	1,539	0,0619
<i>FEL 3</i>	14,81	22,25	341,39	1149,97	1,599	0,0549

Os resultados associados a cada uma das funções de estado limite são bastante próximos entre si, sinal da equivalência entre ambas as abordagens de determinação do coeficiente de segurança, no âmbito deste problema.

Quando comparados com os valores obtidos na análise a partir de expressões algébricas, estes valores são consideravelmente mais baixos, sendo esta discrepância, pelo menos parcialmente, explicada pela conjugação das considerações seguintes.

Em primeiro lugar, a determinação dos coeficientes de segurança relativamente à rotura através de formulações numéricas incrementais é acompanhada de limitações intrínsecas [39, 40].

Adicionalmente, refira-se que expressão utilizada para o cálculo da capacidade resistente não é a única proposta para a determinação da capacidade de carga e deriva de um conjunto específico de hipóteses de base. A própria forma como foi determinada a largura efectiva  $B'$ , corresponde a uma proposta de *Meyerhof*, que corresponde normalmente a uma estimativa razoável quando as excentricidades sejam reduzidas [41] ( $e/B < 0,1$ ), assunção que não corresponde exactamente ao caso em questão. Um trabalho de levantamento de propostas de vários autores para os coeficientes  $N_\gamma$  e  $i_\gamma$  é feito em [41].

Dada a existência de um conjunto alargado de propostas e das grandes diferenças que existem entre si, *Ingra* e *Baecher* [42] procederam à avaliação destas incertezas através da análise estatística de resultados experimentais de diversos autores, compilando a sua informação. Como resultado, estes autores apresentam expressões que visam estimar o valor médio e correspondente desvio padrão destes parâmetros (e ainda da excentricidade  $e$ ) que são apresentadas de seguida.

$$\begin{aligned} E[N_\gamma] &= \exp(-2,064 + 0,173 \cdot \phi') \\ V[N_\gamma] &= 0,0902 \cdot \exp(-4,128 + 0,346 \cdot \phi') \end{aligned} \quad (80)$$

$$\begin{aligned} E[i_\gamma] &= 1,0 - 2,41 \cdot (H/V) + 1,36 \cdot (H/V)^2 \\ V[i_\gamma] &= 0,0089 \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} E[e_\gamma] &= 1,0 - 3,5 \cdot (e/B) + 3,03 \cdot (e/B)^2 \\ V[e_\gamma] &= 0,0058 \end{aligned} \quad (82)$$

O valor médio de cada parâmetro é designado pela letra  $E$  e o respectivo coeficiente de variação por  $V$ .

Numa análise às diferenças entre esta proposta e aquela utilizada na verificação algébrica, constata-se pois que os valores médios referentes ao parâmetro  $N_\gamma$  se encontram próximos do valor que é obtido pela expressão utilizada no cálculo analítico, facto que é corroborado pelos dados da Tabela 25, no qual o caso da carga vertical centrada é analisado, sem necessidade de recorrência aos coeficientes correctivos para a inclinação de carga, onde os resultados entre a via analítica e numérica estão muito próximos um do outro. Por outro lado, no que diz respeito ao parâmetro  $i_\gamma$ , verificou-se que o valor médio se afasta consideravelmente daquele que é estimado pela expressão

de cálculo utilizada. A título de exemplo, realizou-se uma análise de fiabilidade utilizando os valores médios de  $N_\gamma$  (que, ao contrário de  $N_c$  e  $N_q$ , não apresenta solução exacta)  $i_\gamma$  e ainda  $e$  (excentricidade), da publicação, que substituem os da expressão (68). Os resultados obtidos revelam um valor de índice de fiabilidade de  $\beta = 1,603$  e  $p_f = 0,0544$ , e que é muito próximo daquele que é obtido na análise numérica. Note-se que não foram tidas em consideração as incertezas face aos valores médios, sendo o cálculo meramente demonstrativo da variabilidade da solução em termos de análise de fiabilidade.

Quanto ao ponto de dimensionamento, obtido através de cálculo numérico, embora existindo algumas diferenças face aqueles obtidos pela via algébrica, em geral, estes pontos estão razoavelmente próximos, sendo que as variações relativamente ao valor médio decorrem no mesmo sentido. Entre as duas funções de estado limite, os valores são praticamente coincidentes.

#### Aproximação do modelo de superfície de resposta pelo método de Monte-Carlo

Foi também realizada uma análise pelo método de Monte-Carlo, novamente tirando proveito da vantagem que a amostragem selectiva proporciona. Os resultados apresentam-se na Tabela 30.

**Tabela 30 – Fundação directa: resultados Monte-Carlo – RSM na via numérica**

<b>Função de estado limite</b>	<b><i>Nº de Casos</i></b>	<b><i>CoV</i></b>	<b><math>\beta</math></b>	<b><math>p_f</math></b>
<i>FEL 2</i>	200 000	0,00315	1,6237	0,0522128
<i>FEL 3</i>	200 000	0,00312	1,6743	0,047035

Estes resultados estão próximos daqueles obtidos no ponto anterior na análise FORM, sendo no entanto observado agora um maior desvio. São válidos os mesmos comentários feitos na situação homóloga, para a expressão analítica.

## **4.2. TÚNEL**

### **4.2.1. INTRODUÇÃO**

O dimensionamento do suporte primário e definitivo de túneis foi, durante muito tempo, considerado um processo demasiado complexo para ser abordado estritamente ao nível de uma análise de engenharia, pelo que permaneceu durante muitos anos como um processo empírico, muitas vezes apresentado como sendo uma arte.

Ao longo dos anos, diversos métodos analíticos e abordagens diferentes foram sendo propostos e desenvolvidos, na tentativa de analisar o comportamento do terreno em redor do túnel e de estimar convenientemente os esforços a que o suporte é submetido. Em muitos casos, estas abordagens provaram ser inadequadas, principalmente por tratarem em separado as questões do terreno e do suporte. Na verdade, sabe-se hoje que estas não podem ser tratadas de forma independente, sendo necessárias considerações de interacção entre o suporte e o próprio terreno. Quanto aos métodos de dimensionamento, estes podem ser classificados em quatro tipos [43].

- Métodos (puramente) empíricos, nos quais se sugere o tipo de suporte mais adequado com base em sistemas de classificação geotécnica, como por exemplo o índice RMR proposto por Beniaowski [44];
- Métodos de determinação de cargas actuantes no suporte, nos quais o tipo de suporte não exerce qualquer influência. Estes métodos assumem a ocorrência de uma grande convergência, que pode não ser compatível com o suporte;
- Métodos de análise do suporte sob cargas determinadas. Estes métodos, embora tendo em consideração as características do suporte (a sua rigidez) e as deformações que neste podem ocorrer, consideram a pressão exercida pelo terreno como uma constante;
- Métodos que consideram a interacção entre o terreno e o suporte. Estes, mais recentes, incluem o método de convergência-confinamento, que corresponde a uma abordagem simplificada muito utilizada para a análise das tensões e deformações do terreno e do suporte, tendo em conta a interacção estabelecida entre ambos. Este método será abordado adiante.

### **4.2.2. O MÉTODO DA CONVERGÊNCIA-CONFINAMENTO**

O método da convergência-confinamento, muitas vezes também designado por método das curvas características ou de reacção, foi desenvolvido para simular, por meio de análises em deformação plana, os efeitos tridimensionais decorrentes da abertura de um túnel e da colocação do respectivo suporte. Embora no dimensionamento de túneis sejam utilizados cada vez mais os modelos numéricos, este tipo de abordagem continua a ter bastante importância, em particular nas

fases preliminares do dimensionamento ou na validação/calibração de modelos numéricos mais complexos.

#### Pressupostos do método da convergência-confinamento

O desenvolvimento destas relações analíticas só é possível à custa de alguns pressupostos sobre os problemas em consideração, que se apresentam de seguida [45]:

- Consideração de um estado de tensão uniforme (o que implica, por exemplo, que os estados de tensão no tecto e soleira sejam iguais) e hidrostático (desprezam-se os efeitos da diagénese);
- A secção transversal do túnel é circular;
- O suporte é um anel circular, homogéneo e com propriedades isotrópicas;
- O terreno é homogéneo e isotrópico;

Em rigor, a validade deste método restringe-se aos túneis profundos, nos quais o mecanismo de rotura mais natural envolve a convergência da cavidade. Desta forma, este método não permite avaliar a estabilidade da frente de escavação, que deverá objecto de análise separada.

#### Interacção entre o terreno e o suporte

O método da convergência-confinamento simplifica a análise de um problema a três dimensões, tratando-o como um problema de deformação plana, portanto bidimensional. Para tal, é definida uma relação entre a pressão radial interna, fictícia, e o deslocamento radial correspondente, admitindo válidos os pressupostos acima mencionados. Este deslocamento dependerá não só da distância à frente de escavação  $L$  e do tempo  $t$  decorrido até à aplicação do suporte (que não é normalmente tido em consideração, por desconhecimento do comportamento reológico do terreno), mas também ao tipo de suporte, em particular a sua rigidez  $k_s$  e do processo construtivo, em particular no que diz respeito ao número de fases [45].

A convergência inicia-se como resposta à alteração (anulamento) do estado de tensão no perímetro da escavação, ou seja, é a resposta à aplicação de um estado incremental de tensão simétrico do estado de tensão geo-estático, o estado de tensão inicial. O conhecimento deste é, por isso, crucial uma vez que caracteriza numericamente a acção.

De uma forma engenhosa, ainda que simples, o conceito de pressão interna (fictícia ou equivalente) de confinamento a que corresponderia, em estado plano de deformação, uma dada convergência igual à decorrente do processo tri-dimensional, pretende substituir a descrição exaustiva do equilíbrio tri-dimensional por um equilíbrio em estado plano de deformação.

Dada a complexidade do equilíbrio, associado à mobilização de efeito de arco tanto em planos verticais transversais como longitudinais, esta pressão equivalente, que “explica” o observado, varia naturalmente com a distância à frente. Uma vez que se relaciona com a convergência no contorno

teórico de escavação, o conceito é generalizado ao terreno por escavar, adiante da frente de escavação. A relação entre a pressão radial, uniforme, de confinamento e o deslocamento radial (constante) no contorno teórico expressa-se na curva de reacção do terreno (cf. Figura 19b). Na aparência, a convergência "ocorre", pois, em função da redução da pressão de confinamento.

Esta pressão virtual,  $P_d$ , permite assim a consideração destes efeitos tridimensionais numa análise que é simplificada estudada em duas dimensões. O valor desta pressão virtual  $P_d$  pode ser quantificado pelo conceito de coeficiente de descompressão  $\lambda$  (também designado por perda de confinamento relativamente à tensão média geo-estática  $P_0$ ) dependente da posição relativa à frente  $L$  de acordo com a equação (83).

$$P_d(L) = (1 - \lambda(L)) \times P_0 \quad (83)$$

### Perfil longitudinal de deformação

Como foi já dito, o fenómeno da convergência de um túnel em função da distância à frente da escavação não suportada, é um fenómeno tridimensional, que é simplificada modelado pela aplicação de uma pressão de suporte fictícia, correspondente à convergência que é observada. Essa convergência pode, pois, ser estimada a partir das curvas longitudinais de deformação. Estes perfis longitudinais, ilustrados na Figura 18, representam em gráfico o deslocamento radial de uma cavidade não suportada em função da distância à frente de escavação.

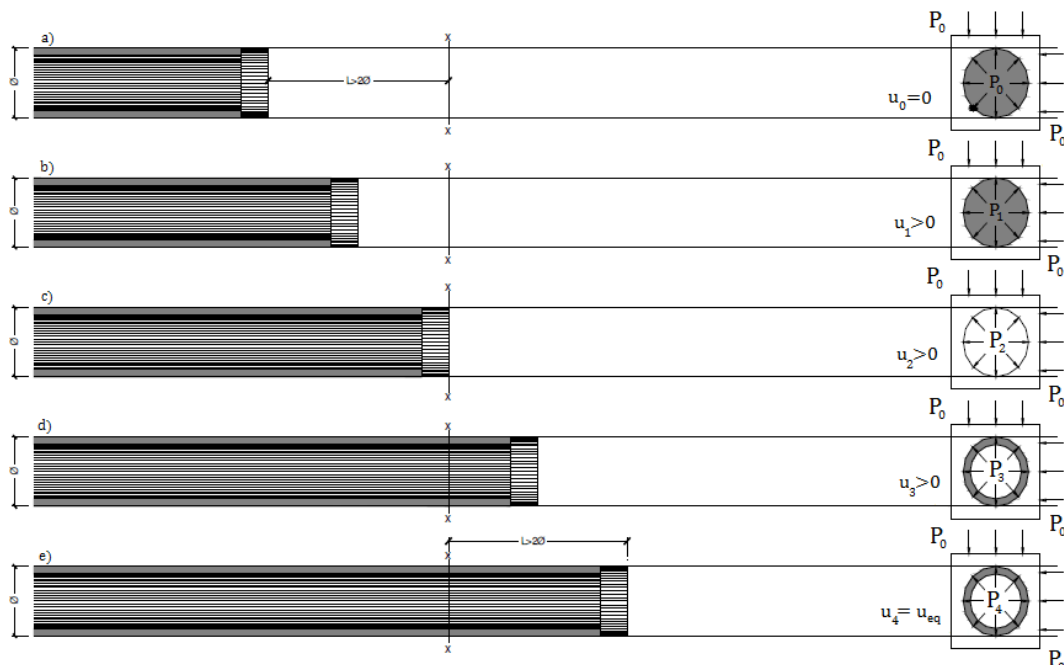
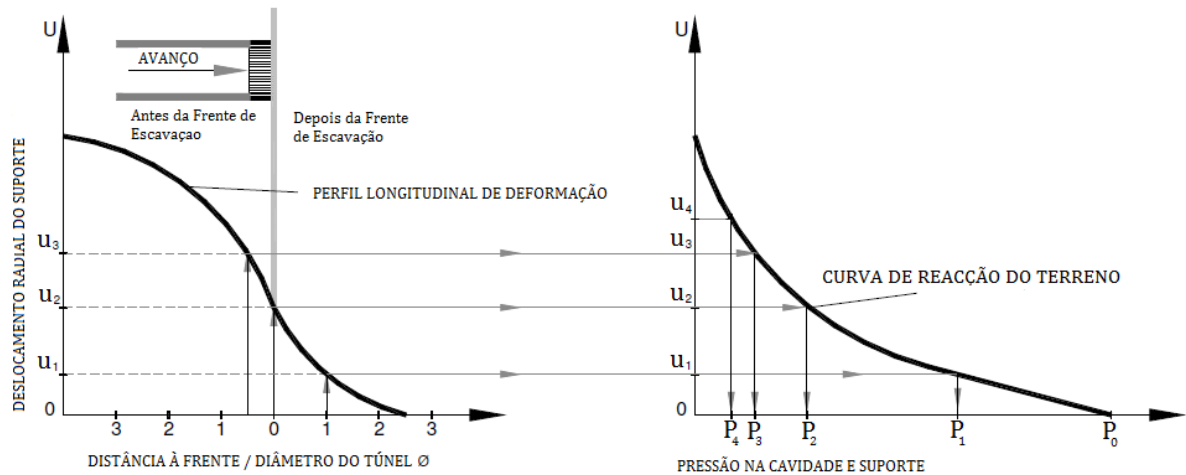


Figura 18 - Avanço de um túnel - Pressões e deslocamentos (adaptado de [45])





**Figura 19 – Relação entre a curva de deformação longitudinal (a) e a curva de reacção do terreno (b)**

Da análise das figuras pode inferir-se que sempre que a secção estudada, no maciço por escavar, esteja suficientemente afastada da frente de escavação, genericamente  $L > 2D$ , o seu estado de tensão natural no terreno não se altera, pelo que o deslocamento radial é nulo. Por outro lado, em terreno já escavado, considerando uma secção a  $L > 2D$  da frente de escavação, considera-se ter sido atingido o equilíbrio no maciço e por conseguinte a estabilização da convergência. Nas situações intermédias, a convergência pode ser obtida através da análise do perfil de deformação longitudinal (Figura 19a).

### **Construção da curva de deformação longitudinal**

A construção de uma curva de deformação longitudinal não é fácil, uma vez que esta pretende representar os fenómenos tridimensionais decorrentes da redistribuição de tensões. Várias soluções foram sendo desenvolvidas ao longo dos anos tendo-se concluído, entre outras coisas, que o comportamento do terreno atrás da frente de escavação não segue o mesmo padrão do terreno envolvente do túnel e, por consequência, não pode ser descrito pela mesma função. Este facto foi confirmado por Vlachopoulos e Diederichs [46].

Os mesmos autores sugerem uma solução definida por troços, precisamente definidos para cada uma das zonas posterior e anterior à frente de escavação, que se apresenta de seguida [35], podendo desta forma construir-se o perfil de deformação longitudinal prévio à instalação do suporte.

Para  $L \leq 0$  (troço posterior à frente),

$$\frac{u}{u^{max}} = \frac{1}{3} e^{-0,15\xi + \frac{L}{R}} \quad (84)$$

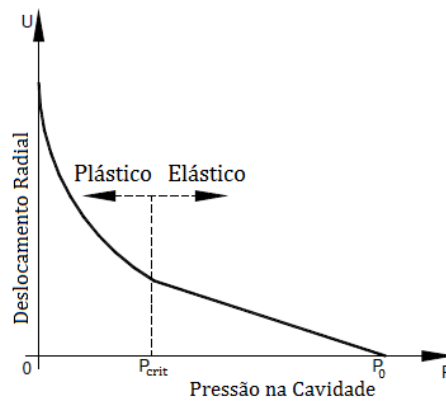
onde  $\xi = R_{pl}/R$  e  $u^{max} = u^{pl}$ .

Para  $L \geq 0$  (troço anterior à frente)

$$\frac{u}{u_{max}} = 1 - \left(1 - \frac{1}{3}e^{-0,15\xi}\right)e^{-3L/(2\xi R)} \quad (85)$$

### Curva de reacção do terreno

A já referida relação entre a pressão radial fictícia, ou entre a descompressão e a convergência da cavidade é dada pela curva de reacção (ou característica) do terreno. Esta curva é, normalmente, definida de acordo com teorias da Elasticidade e Plasticidade, com a adopção de critérios de rotura apropriados. A fronteira entre os dois regimes (elástico e plástico) é estabelecida a partir de um valor limite de pressão,  $P_{crit}$ , abaixo do qual se verifica a criação de uma orla de plastificação, em redor do túnel, tanto maior quanto menor a pressão instalada. Ilustra-se de seguida esta mesma ideia.



**Figura 20 – Curva de reacção do terreno (adaptado de [45])**

### **Construção da curva de reacção do terreno**

Considerando as hipóteses simplificativas enunciadas no princípio desta secção e adoptando ainda um critério de rotura representativo, é possível construir uma relação algébrica entre a pressão de confinamento e o deslocamento da cavidade. As soluções mais utilizadas [35] baseiam-se nos critérios de rotura de Mohr-Coulomb (M-C) ou de Hoek-Brown (H-B), válidos para meios contínuos.

Descreve-se de seguida a solução consagrada para este problema, considerando o critério de rotura de Mohr-Coulomb. Para uma análise elastoplástica, a construção da curva passa, em primeiro lugar, pela definição da pressão crítica,  $P_{crit}$ , e que corresponde ao limite abaixo do qual ocorre plastificação em redor da cavidade, e que pode ser definido pela expressão seguinte [47]

$$P_{cr} = P_0(1 - \sin \phi') - c' \cos \phi' \quad (86)$$

onde  $\phi'$  é o ângulo de atrito interno e  $c'$  a coesão efectiva do terreno, válidos para o critério de Mohr-Coulomb expresso em termos de tensão efectiva.

No caso da pressão ser superior ao valor crítico, o terreno mantém-se em regime elástico e o deslocamento radial na parede do túnel ( $u^e$ ) pode ser obtido através da solução clássica de Lamé [35]

$$u^e = \frac{R(P_0 - P_i)}{2G_m} \quad (87)$$

onde  $P_i$  é a pressão de confinamento,  $R$  o raio da cavidade e  $G_m$  o módulo de distorção elástica do maciço.

A ocorrência de plastificação dá-se quando para valores de pressão inferiores à pressão crítica  $P_{crit}$  determinada a partir da equação (86). Nesta situação, desenvolve-se em redor da cavidade uma coroa circular de plastificação, cujo raio plástico pode ser quantificado de acordo com a equação (88)

$$R_{pl} = R \left[ \frac{P_0 \cdot (1 - \sin \phi') - c' \cdot (\cos \phi' - \cot \phi')}{P_i + c' \cdot \cot \phi'} \right]^{1/k_p - 1} \quad (88)$$

onde  $k_p$  é o coeficiente de impulso passivo, definido por

$$k_p = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \quad (89)$$

Nesta circunstância, o deslocamento da parede de escavação em regime plástico,  $u^{pl}$ , é dado por

$$u^{pl} = R \cdot \frac{P_0}{2G_m} (\sin \phi' + \frac{c'}{P_0} \cdot \cos \phi') \cdot \left[ \frac{P_0 \cdot (1 - \sin \phi') - c' \cdot (\cos \phi' - \cot \phi')}{P_i + c' \cdot \cot \phi'} \right]^\varsigma \quad (90)$$

$$\varsigma = \frac{2 - \tan \psi}{(k_p - 1)(1 - \tan \psi)} \quad (91)$$

onde  $\psi$  é o ângulo de dilatância. Note-se que uma das soluções mais comuns para este problema, utilizando este critério de rotura, é a solução de Duncan Fama, e que assume um ângulo de dilatância nulo, válida numa análise com invariância volumétrica admitida. Para esta solução, embora a expressão para a obtenção do raio da zona plastificada seja a mesma, a expressão do deslocamento em regime plástico conduz a resultados ligeiramente diferentes. Esta expressão apresenta-se de seguida [48]:

$$u^{pl} = \frac{R(1 + \nu)}{E_m} \left[ 2(1 + \nu)(P_0 - P_{cr}) \left( \frac{R_{pl}}{R} \right)^2 - (1 - 2\nu)(P_0 - P_i) \right] \quad (92)$$

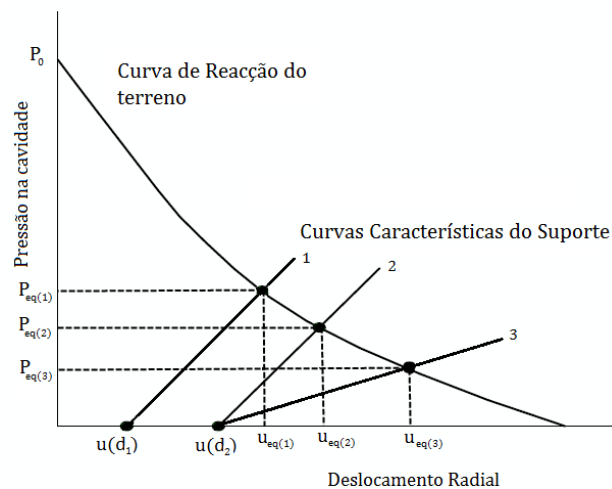
### Curva característica do suporte

A curva característica do suporte perimetral representa a reacção, uma força radial, que o mesmo mobiliza por oposição ao seu deslocamento radial, suposto uniforme no seu desenvolvimento. Em geral, na sua definição, admite-se que o suporte permanece em regime elástico linear. Esta opção reflecte a prática, prudente, de garantir que na interacção entre o terreno e o suporte, pelo menos um dos elementos apresenta resposta dúctil e afastada da rotura. A interacção entre o maciço e o suporte desenrola-se na observância do equilíbrio e da compatibilidade de deslocamentos incrementais, posteriores à aplicação do suporte, constituindo-se, assim, uma associação em paralelo de elementos resistentes e deformáveis.

A rigidez de um suporte é definida pela relação incremental seguinte, entre pressão e deformação radial correspondente:

$$k_s = \frac{\Delta P}{\Delta \varepsilon_r} \quad (93)$$

A rigidez do suporte e a distância à frente no momento da colocação têm uma influência fundamental na pressão equivalente e no deslocamento incremental e final no equilíbrio. A Figura 21 ilustra geometricamente esta ideia.



**Figura 21 – Curva de reacção do suporte**

Desta curva pode inferir-se, quanto à rigidez, que as curvas 1 e 2, sendo paralelas, correspondem ao mesmo suporte. O seu afastamento resulta de o suporte 1 ser colocado a menor distância à frente do que o suporte 2, permitindo assim que menores deslocamentos sejam mobilizados e, no equilíbrio, igualmente um deslocamento menor e, ao contrário, no suporte se instale maior pressão. Sendo colocado com a mesma distância à frente que 2, o suporte 3 de menor rigidez do que o suporte 2, no equilíbrio, suporta menores pressões e, por consequência, apresenta maiores deslocamentos.

No domínio da elasticidade, apresentam-se de seguida as equações que estimam a rigidez para alguns sistemas de suporte [48] [49]:

Suporte a partir de cambotas metálicas:

$$k_s = \frac{E_s A_s}{s_l R^2} \quad (94)$$

onde  $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço,  $A_s$  a área da secção transversal do perfil e  $s_l$  o espaçamento longitudinal entre cambotas.

Suporte em betão projectado ou moldado:

Existem diferentes expressões na bibliografia para a estimativa da rigidez deste tipo de suporte. Destas, referem-se três [48] [50]:

$$k_s = \frac{E_c (R^2 - (R - e)^2)}{2(1 - \nu_c^2)(R - e)R^2} \quad (95)$$

$$k_s = \frac{E_c}{(1 + \nu_c)R} \frac{R^2 - (R - e)^2}{(1 - 2\nu_c)R^2 + (R - e)^2} \quad (96)$$

$$k_s = \frac{E_c (R^2 - (R - e)^2)}{(1 + \nu_c)[(1 - 2\nu_c)R^2 + (R - e)^2]} \quad (97)$$

onde  $E_c$  e  $\nu_c$  são o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson do betão e  $e$  a espessura do anel. Note-se que a selecção do valor de  $E_c$  é delicada, que deve ter em conta o tempo de cura e os efeitos da fluência, que tornam o módulo aparente inferior. O diferimento no tempo das propriedades do suporte e da resposta no terreno, introduz um factor de complexidade na análise, que não será considerada nesta dissertação. Refere-se, no entanto, que mesmo dentro do método da convergência-confinamento estes aspectos reológicos podem ser tratados de forma elegante e, ainda, simplificada, logo com algum nível de aproximação incompleta.

Suporte através de pregagens ou ancoragens:

$$\frac{1}{k_{s_s}} = s_l s_c \left[ \frac{4l}{E_s \pi d_B^2} + Q \right] \quad (98)$$

onde  $d_B$  é o diâmetro da pregagem ou diâmetro equivalente do cordão de pré-esforço,  $s_c$  é a espaçamento circunferencial das pregagens,  $l$  o comprimento livre da pregagem ou cabo e  $Q$  uma constante de deformação para a cabeça da ancoragem.

Pode ainda ser considerada a actuação simultânea de múltiplos sistemas de suporte. No que diz respeito à sua rigidez conjunta, esta corresponde à soma da rigidez dos  $n$  sistemas de suporte em paralelo.

$$k_s^{tot} = k_{s1} + k_{s2} + \dots + k_{sn} \quad (99)$$

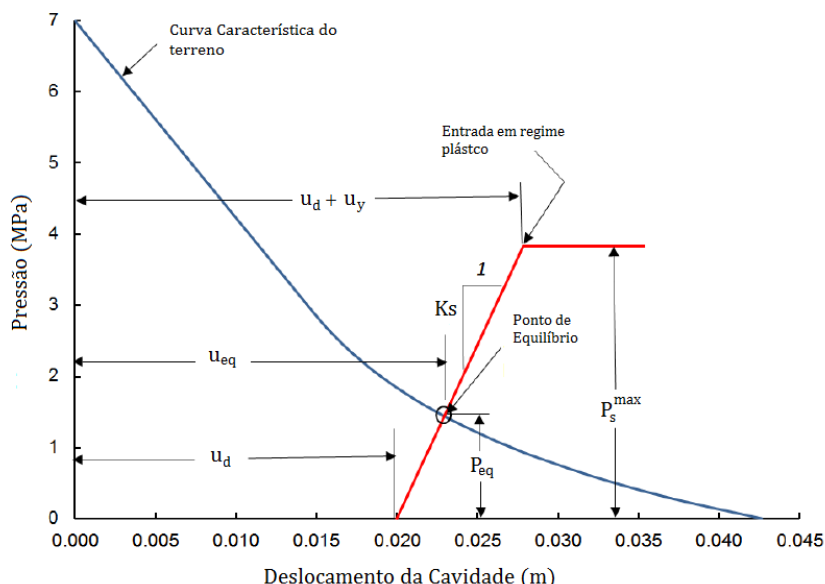
### **Construção da curva característica do suporte**

Esta curva define a relação elástica entre o incremento da pressão reactiva do suporte e o incremento do deslocamento radial, de acordo com:

$$P_i = k_s \Delta u = k_s (u - u_d) \quad (100)$$

ou seja, a pressão instalada no suporte é dada pelo produto entre a rigidez e do deslocamento incremental posterior à instalação do suporte.

Idealmente, o suporte permanecerá em regime elástico, não atingindo a cedência. Esta assunção pode nem sempre ser verificada, pelo que é necessário ter em conta as limitações da entrada em regime plástico. Esta zona plástica, pode ser definida a partir de um valor de pressão máximo  $p_s^{max}$ , a partir da qual o suporte entra em cedência. Se se admitir a validade da resposta rígido-plástica, uma vez atingido este valor, o deslocamento dá-se sob pressão constante no suporte, correspondente ao troço horizontal na curva característica do suporte na figura seguinte.



**Figura 22 – Interação terreno-suporte**

O deslocamento necessário para que o suporte entre em cedência,  $u_y$ , pode ser obtido simplesmente a partir da equação (101).

$$u_y = \frac{p_s^{max}}{k_s} \quad (101)$$

Os valores de pressão limite (máxima), para os tipos de suporte mencionados, podem consequentemente ser definidos da forma que se segue.

Para um suporte a partir de perfis metálicos:

$$p_s^{max} = \frac{A_s \sigma_{ys}}{s_l R} \quad (102)$$

onde  $\sigma_{ys}$  é a tensão de cedência d aço.

No caso de suporte em betão projectado ou moldado:

$$p_s^{max} = \frac{\sigma_{cc}}{2} \left[ 1 - \frac{(R - e)^2}{R^2} \right] \quad (103)$$

onde  $\sigma_{cc}$  é a resistência à compressão uniaxial do betão.

Finalmente, para um suporte através de pregagens, tem-se:

$$p_s^{max} = \frac{T_{bf}}{s_l s_c} \quad (104)$$

onde  $T_{bf}$  é a carga última da pregagem ou cabo em teste de arrancamento (pull-out).

No caso de serem utilizados sistemas de suporte em paralelo, a pressão máxima poderá simplifcadamente ser limitada não só pela rigidez do conjunto de suportes (equação (99)) mas também pelo menor dos deslocamentos admissíveis de cada um dos  $n$  suportes (considerados individualmente), isto é, a combinação do suporte entrará em cedência para o menor dos deslocamentos máximos de cada sistema de suporte.

A pressão máxima será então definida por:

$$p_s^{max} = k_s^{tot} \times \min\{u_{y1}, u_{y2}, \dots, u_{yn}\} \quad (105)$$

#### Etapas de aplicação do método de convergência-confinamento

Em traços gerais, a aplicação do método de convergência-confinamento engloba as seguintes etapas [51]:

- i. Determinação do deslocamento radial do túnel não suportado,  $u_d$ , à distância  $x$  da frente de escavação (perfil de deformação longitudinal);

- ii. Determinação de  $P_d$ , a pressão radial fictícia aplicada no interior do túnel, na secção em análise, à distância  $L$  da frente, ou seja, a pressão correspondente, em estado plano de deformação, ao deslocamento radial do túnel não revestido;
- iii. Posicionamento da curva característica do suporte no diagrama de tensão-deslocamento da curva de reacção do terreno, tomando para uma tensão radial nula o deslocamento obtido em i.;
- iv. Por compatibilidade, determinação da pressão de equilíbrio,  $P_{eq}$  (pressão efectivamente instalada no suporte) e do deslocamento de equilíbrio,  $u_{eq}$ .

#### **4.2.3. ANÁLISE DE FIABILIDADE DE UM TÚNEL NAS CONDIÇÕES DO MÉTODO DE CONVERGÊNCIA-CONFINAMENTO**

Pretende-se, neste capítulo, abordar a análise de fiabilidade de túneis suportada no método de convergência-confinamento. Numa primeira fase é avaliada a probabilidade de falha (e o correspondente índice de fiabilidade), para determinadas situações limite, descritas por funções de estado limite, associadas a um túnel circular, cujas características geométricas são assumidas como determinísticas, à semelhança das propriedades do suporte. Quanto às propriedades do maciço, o ângulo de atrito interno  $\phi'$ , a coesão efectiva  $c'$  e o módulo de deformabilidade  $E_m$  são tratados como variáveis básicas, com distribuição normal, sendo assim definidas pelo respectivo valor médio e desvio padrão. Todos os restantes parâmetros dos modelos analíticos são assumidos como determinísticos.

Para a aplicação da metodologia a casos genéricos e de forma automática, desenvolveu-se um programa de cálculo automático no software MS Excel. São utilizadas as expressões apresentadas no ponto anterior, quer para o terreno quer para o suporte. No que diz respeito a este último, o programa permite a integração de dois sistemas de suporte em paralelo, determinando as características fundamentais desta combinação dos suportes. Como resultados fundamentais, obtém-se um valor do deslocamento e pressão de equilíbrio (entre o terreno e suporte), além do raio da coroa circular de plastificação, se existir, e a representação gráfica das curvas. Destas, tem particular importância a curva de interacção entre o terreno e o suporte, pois permite visualmente verificar qual o ponto de equilíbrio e a reserva de segurança do suporte (isto é, o maior ou menor afastamento em relação à pressão máxima, ou, se for caso disso, se o ponto de equilíbrio se atinge para um suporte já em plastificação).

Este programa de cálculo é genérico e funciona de forma totalmente independente de qualquer consideração de segurança. No contexto da análise de fiabilidade, será necessário incluir algumas limitações e restrições ao problema, por forma a fazer a avaliação das funções de estado limite.

No que diz respeito às funções de estado limite, segundo a sugestão de *Lu et al.*[35], são consideradas as duas funções seguintes:



$$g_1(X) = p_s^{max} - P_{eq} \quad (106)$$

$$g_2(X) = \varepsilon_u^{max} - \frac{U_{eq}}{R} \quad (107)$$

onde  $P_{eq}$  representa a pressão de equilíbrio entre o suporte e o terreno e  $\varepsilon_u^{max}$  representa o valor limite para a deformação, que corresponde à soma desta antes e depois da instalação do suporte. Este valor foi fixado em 0,02 (o que, para um raio de 5 m corresponde um deslocamento corresponde a 100 mm), seguindo a sugestão dos autores. As superfícies de estado limite correspondem pois à condição  $g(X) = 0$ , correspondendo como habitualmente a condição  $g(X) > 0$  à situação de segurança e a condição contrário à situação de falha.

A probabilidade de falha e o índice de fiabilidade são avaliados exclusivamente através da metodologia FORM, inspirada na proposta de Low e Tang [22], e igualmente descrita na secção 4.1.1, dado que o programa de cálculo é algo complexo e requer a utilização de algoritmos de optimização. A utilização das restantes abordagens restringe-se à avaliação da fiabilidade através das das superfícies de resposta obtidas, conforme desenvolvimento adiante exposto.

#### Características do Problema

As características do problema são inspiradas nas adoptadas em [35]. O problema é caracterizado, como se disse, por três variáveis de base gaussianas, cujos parâmetros estatísticos se resumem na tabela seguinte.

**Tabela 31 – Túnel: parâmetros estatísticos das variáveis de base (condições 1)**

	Média ( $\mu$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )	Coefficiente de variação (CoV) (%)
$c'$ (kPa)	280	60	21
$\phi'$ (°)	23,7	3,4	14
$E$ (MPa)	1185	330	28

É admitido ainda que as variáveis  $c'$  e  $\phi'$  são correlacionadas de forma negativa. A respectiva matriz de correlação é apresentada de seguida.

**Tabela 32 – Túnel: matriz de correlação entre variáveis**

	$c'$	$\phi'$	$E$
$c'$	1	-0,5	0
$\phi'$	-0,5	1	0
$E$	0	0	1

A tensão natural do terreno  $P_0$  é admitida com um valor de 3 MPa, e o coeficiente de Poisson  $\nu$  é tomado igual a 0,3. Sendo utilizado neste exemplo a solução de Duncan Fama, a dilatância é considerada insignificante. O túnel tem um raio  $R = 5\text{ m}$ , sendo o suporte colocado a uma distância de 2 m da frente de escavação, ao qual corresponde um deslocamento prévio à aplicação de suporte de cerca de 24,89 mm. Quanto ao sistema de suporte, considera-se a actuação simultânea de betão projectado e de pregagens, considerados ambos como determinísticos. As respectivas curvas características são definidas pela sua inclinação e valor máximo da pressão, isto é, para o betão  $k_{s,1} = 84,6\text{ MPa/m}$  e  $P_{s,1}^{max} = 0,40\text{ MPa}$  e para as pregagens  $k_{s,2} = 12,8\text{ MPa/m}$  e  $P_{s,2}^{max} = 0,18\text{ MPa}$ . Actuando em simultâneo, as suas características combinadas são  $k_{s,tot} = 97,4\text{ MPa/m}$  e  $P_{s,tot}^{max} = 0,46\text{ MPa}$ .

### Aproximação à probabilidade de falha pelo método FORM

Todos os cálculos foram desenvolvidos no software MS Excel. Pretende-se obter o menor valor possível para o índice de fiabilidade  $\beta$ , o que é, mais uma vez, conseguido através da utilização da ferramenta Solver, minimizando o valor da célula obtido através da equação (36), tal como foi feito no caso da fundação superficial. A avaliação da probabilidade de falha e a obtenção do ponto de dimensionamento é feita em separado, para cada função de estado limite. Minimizando o valor da célula referente ao valor de  $\beta$ , alterando o valor das variáveis básicas, garantindo que estas são positivas (restrição adicional do vector das variáveis básicas  $\geq 0$ ). Note-se ainda que é necessário que a solução seja viável, isto é, que a pressão de equilíbrio determinada não exceda a capacidade do suporte e que no equilíbrio, a compatibilidade entre o deslocamento do terreno e do suporte seja respeitada (e correspondendo ao deslocamento de equilíbrio). Para que tal aconteça, incluem-se algumas restrições ao problema: (i)  $P_{eq} \leq p_s^{max}$ ; (ii)  $u_{eq} = u_{terreno}$ ; (iii)  $g(X) = 0$

INPUT		Valores Permitidos	
OUTPUT		L <sub>preg</sub>	ε <sub>L</sub>
		8	0,01

Parâmetros				
VB	xvalues	mean (μ)	Standard Deviation (σ)	nvect
c [kPa]	336,49257	280	60	0,94154289
φ' (°)	18,688443	23,7	3,4	-1,473987355
E (MPa)	946,13369	1185	330	-0,723837316

Matriz de Correlação		
1	-0,5	0
-0,5	1	0
0	0	1

Função de Estado Limite (1)	
G(Xi)	0

Índice de Fiabilidade	
β	1,65903

Função de Estado Limite (2)	
G(Xi)	1,8109798

Probabilidade de Falha	
P <sub>f</sub>	0,048555304

Interação Terreno-Suporte	
P <sub>eq</sub> (kPa)	460
U <sub>eq</sub> (mm)	39,2500521

P <sub>smax</sub> (kPa)	460
-------------------------	-----

Usuporte	39,25005216 mm
Uterreno	39,25005216 mm

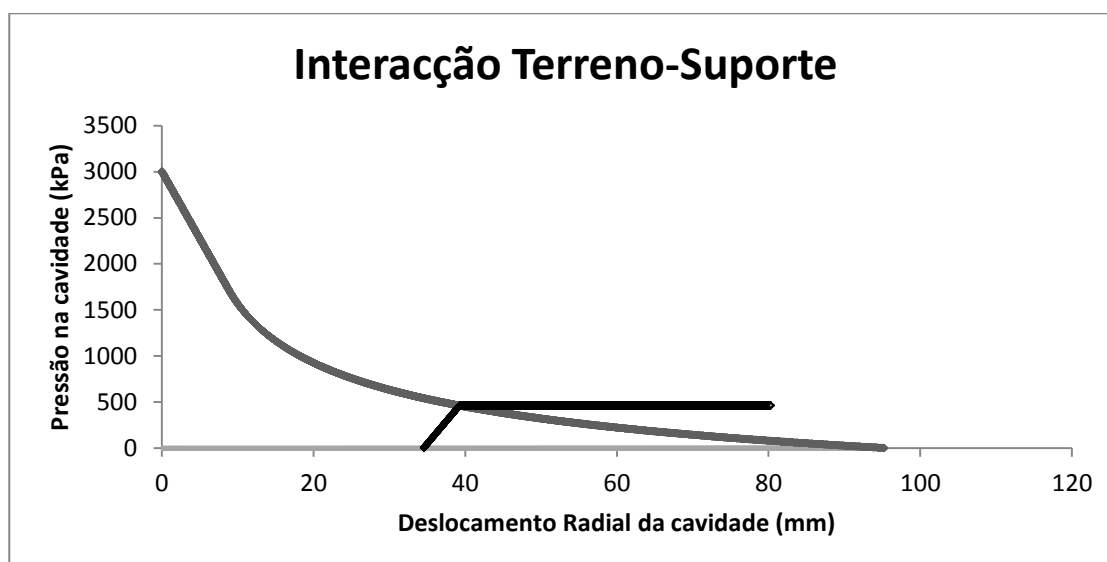
Figura 23 – Esquema parcial de cálculo para a obtenção do índice de fiabilidade  $\beta$  pelo método FORM aplicado ao método de convergência-confinamento

Apresentam-se de seguida os resultados correspondentes ao índice de fiabilidade e probabilidade de falha, bem como o respectivo ponto de dimensionamento, para cada uma das funções de estado limite avaliadas, e nas condições mencionadas acima (esta é uma primeira de duas análises, pelo que se designará de “condições 1”).

**Tabela 33 – Túnel: resultado FORM – via algébrica (condições 1)**

Função de estado limite	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$E$ (MPa)	$\beta$	$p_f$
$g_1(X)$	336,492	18,688	946,133	1,659	0,04855
$g_2(X)$	264,551	22,860	338,930	2,613	0,00449

A título de exemplo, para a função de estado limite 1 e para o ponto de dimensionamento obtido, a forma da curva de interacção entre o terreno e o suporte é apresentada na Figura 24.



**Figura 24 – Curva de interacção terreno-suporte (ponto de dimensionamento  $g_1(X)$ )**

Tal como seria de esperar, a curva de reacção do terreno (cinzento) e a curva do suporte (preto) intersectam-se no ponto de pressão máxima do suporte (460 kPa) e que faz, portanto, a função de estado limite ser nula. Neste ponto, o deslocamento radial verificado é de cerca de 39,32 mm, o que significa que o deslocamento ocorrido no suporte foi de 4,73 mm.

#### **4.2.4. ANÁLISE DE FIABILIDADE POR APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS SUPERFÍCIES DE RESPOSTA (RSM) NAS CONDIÇÕES DO MÉTODO DE CONVERGÊNCIA-CONFINAMENTO**

Numa segunda fase, à semelhança do que se fez em 4.1.2, pretende-se reproduzir, por meio de superfícies de resposta, os resultados obtidos através das análises pelo método FORM. O objectivo fundamental é a calibração e verificação do polinómio que melhor aproxima os resultados, em termos de rapidez de convergência e exactidão.

Considera-se inicialmente um polinómio do 2º grau, contendo igualmente os termos lineares, mais simples. A sua forma é semelhante à apresentada na equação (67). Para a definição das respostas, e uma vez que se trata de um polinómio do 2º grau (ao contrário do primeiro caso, referente à fundação superficial), optou-se pela utilização de três níveis para cada variável, isto é três valores diferentes em cada variável, a serem utilizados nas diferentes combinações possíveis, sendo que para as três variáveis básicas definidas, corresponde um total de  $3^3 = 27$  combinações possíveis. Embora seja naturalmente superior ao número de respostas estritamente necessárias (veja-se a equação (58), que para 3 variáveis define o número mínimo em 10 pontos, correspondente ao número de coeficientes a determinar), a utilização de apenas dois níveis (num total de  $2^3 = 8$  respostas) implicaria a definição de mais duas combinações, sem qualquer relação com as anteriores. O ajustamento será igualmente mais rigoroso com um maior número de respostas (como se verá através dos coeficientes de regressão).

O problema é abordado nos mesmos moldes do caso da fundação superficial. Para cada conjunto de combinações de respostas é realizada uma regressão, definindo os coeficientes necessários. A função de estado limite é construída e é realizada uma análise de fiabilidade do tipo FORM, sendo definido um ponto de dimensionamento e a respectiva probabilidade de falha (e índice de fiabilidade). A primeira iteração está centrada no ponto médio e as seguintes centram-se no ponto de dimensionamento da iteração imediatamente anterior. Pretende-se, pois, atingir valores muito próximos daqueles alcançados na análise das funções originais (do método de convergência-confinamento) e apresentados na Tabela 33. Os parâmetros de entrada para a primeira combinação são apresentados de seguida.

**Tabela 34 - Parâmetros de entrada – Análise RSM aplicado ao método de convergência-confinamento**

<b>Parâmetros de Entrada</b>	<b>Ponto Central</b>	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	280,00	379	280	181
$\phi'$ (º)	23,70	29,31	23,7	18,09
$E$ (MPa)	1185,00	1729,5	1185	640,5

Apresenta-se de seguida, em tabela, as respostas associadas à última iteração, bem como os valores dos parâmetros nesta.

**Tabela 35 - Combinações de entrada e respostas (método de CC) – Análise RSM (3ªit.)**

Nº	Combinações			Valores de entrada						Resposta
	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$\tan \phi'$	$\tan \phi'^2$	$E$	$E^2$	$g_1(X)$
1	+	+	+	349,015	121811	0,35186	0,12381	1015,3	1030842	0,02490
2	+	+	-	349,015	121811	0,35186	0,12381	879,179	772956	0,00298
3	+	+	med	349,015	121811	0,35186	0,12381	947,242	897266	0,01399
4	+	-	+	349,015	121811	0,32458	0,10535	1015,3	1030842	-0,01192
5	+	-	-	349,015	121811	0,32458	0,10535	879,179	772956	-0,03126
6	+	-	med	349,015	121811	0,32458	0,10535	947,242	897266	-0,02155
7	+	med	+	349,015	121811	0,33817	0,11436	1015,3	1030842	0,00675
8	+	med	-	349,015	121811	0,33817	0,11436	879,179	772956	-0,01387
9	+	med	med	349,015	121811	0,33817	0,11436	947,242	897266	-0,00351
10	-	+	+	324,265	105148	0,35186	0,12381	1015,3	1030842	0,03239
11	-	+	-	324,265	105148	0,35186	0,12381	879,179	772956	0,01227
12	-	+	med	324,265	105148	0,35186	0,12381	947,242	897266	0,02237
13	-	-	+	324,265	105148	0,32458	0,10535	1015,3	1030842	-0,00636
14	-	-	-	324,265	105148	0,32458	0,10535	879,179	772956	-0,02399
15	-	-	med	324,265	105148	0,32458	0,10535	947,242	897266	-0,02399
16	-	med	+	324,265	105148	0,33817	0,11436	1015,3	1030842	0,01329
17	-	med	-	324,265	105148	0,33817	0,11436	879,179	772956	-0,00557
18	-	med	med	324,265	105148	0,33817	0,11436	947,242	897266	0,00390
19	med	+	+	336,64	113326	0,35186	0,12381	1015,3	1030842	0,02843
20	med	+	-	336,64	113326	0,35186	0,12381	879,179	772956	0,00741
21	med	+	med	336,64	113326	0,35186	0,12381	947,242	897266	0,01797
22	med	-	+	336,64	113326	0,32458	0,10535	1015,3	1030842	-0,00932
23	med	-	-	336,64	113326	0,32458	0,10535	879,179	772956	-0,02780
24	med	-	med	336,64	113326	0,32458	0,10535	947,242	897266	-0,01852
25	med	med	+	336,64	113326	0,33817	0,11436	1015,3	1030842	0,00982
26	med	med	-	336,64	113326	0,33817	0,11436	879,179	772956	-0,00991
27	med	med	med	336,64	113326	0,33817	0,11436	947,242	897266	0,00000

Nas sucessivas iterações, o desvio em relação ao ponto central vai sendo reduzido através do coeficiente  $k$  (secção 3.5). Até se atingir o critério de convergência (diferença entre probabilidades de falha de iterações sucessivas inferior a 1%) são necessárias quatro iterações. Uma regressão com base nos valores da Tabela 35 permite escrever a função de estado limite aproximada, tal como se apresenta de seguida.

$$\begin{aligned}
 g_1(X) = & -0,5697 - 0,00116 \cdot c' + 1,276 \times 10^{-6} \cdot c'^2 + 2,6174 \cdot \tan \phi' - 1,8867 \\
 & \cdot \tan \phi'^2 + 0,000163 \cdot E - 9,448 \times 10^{-9} \cdot E^2 \\
 R^2 = & 0,995 \quad ; \quad \overline{R}^2 = 0,994
 \end{aligned}
 \tag{108}$$

No que diz respeito à função de estado limite  $g_2(X)$ , obtém-se na quarta iteração a seguinte expressão.

$$\begin{aligned}
g_2(X) = & -0,1226 + 0,000189 \cdot c' - 2,363 \times 10^{-7} \cdot c'^2 + 0,1808 \cdot \tan \phi' - 0,1517 \\
& \cdot \tan \phi'^2 + 0,0001765 \cdot E - 1,742 \times 10^{-7} \cdot E^2 \\
R^2 = & 0,998 \quad ; \quad \overline{R^2} = 0,997
\end{aligned} \tag{109}$$

Acontece, porém, que esta expressão tem mais pontos que verificam a condição  $g_2(X) = 0$  e que correspondem aos designados falsos pontos de dimensionamento (secção 3). Neste caso, este ponto é mais próximo do ponto médio, que é normalmente utilizado como ponto inicial na corrida do algoritmo. Definindo o ponto médio como ponto inicial, os resultados alterar-se-iam bastante, no que diz respeito à probabilidade de falha e respectivo índice de fiabilidade, além do próprio ponto de dimensionamento. Os resultados desta expressão apenas coincidem com os valores obtidos directamente a partir do método de convergência-confinamento quando “forçado” um ponto inicial próximo do ponto de dimensionamento obtido neste. Para garantir que o mesmo acontece, é necessário colocar um ponto inicial próximo do verdadeiro ponto de dimensionamento, para que os resultados possam ser coerentes. Neste exemplo, verificou-se que a utilização do ponto de dimensionamento correspondente à iteração imediatamente anterior como ponto inicial é suficiente para contornar este problema. Este é um problema que advém da natureza não linear própria deste polinómio, calibrado para que seja o mais próxima possível da resposta original, junto ao ponto de dimensionamento, não correspondendo a uma aproximação fidedigna no restante domínio.

A função de estado limite  $g_1(X)$  é mais sensível aos parâmetros resistentes  $c'$  e  $\phi'$  (ao valor da tangente), sendo  $g_2(X)$  mais sensível às variações no módulo de deformabilidade  $E$ . Este facto está patente não só nos coeficientes associados aos respectivos termos, mas também no afastamento do ponto de dimensionamento (Tabela 33) em relação ao ponto médio, em cada função. Estas constatações são explicáveis pela natureza física de cada uma das funções.

De acordo com os coeficientes de determinação, o ajustamento destas funções é bastante preciso.

Procedeu-se ainda ao ajustamento das duas funções através de polinómios do 2º grau, contendo termos cruzados, e verificou-se as diferenças na rapidez com que os mesmos resultados são atingidos. Constata-se que a utilização de termos cruzados optimiza o ajustamento de ambas as funções, sendo os resultados da Tabela 36 (obtidos ao fim da 4ª iteração) obtidos realizadas apenas duas iterações. Apresentam-se de seguida as duas funções ajustadas através dos termos cruzados. Os resultados obtidos por estas são apresentados de seguida.

$$\begin{aligned}
g_1(X) = & -0,540 - 0,00067 \cdot c' + 1,364 \times 10^{-6} \cdot c'^2 + 3,0675 \cdot \tan \phi' - \\
& 1,947 \cdot \tan \phi'^2 - 0,0002414 \cdot E - 9,732 \times 10^{-9} \cdot E^2 \\
& - 0,00398 \cdot c' \cdot \tan \phi' + 5,244 \times 10^{-7} \cdot c' \cdot E \\
& + 0,000677 \cdot E \cdot \tan \phi' \\
R^2 = & 0,999 \quad ; \quad \overline{R^2} = 0,999
\end{aligned} \tag{110}$$

$$\begin{aligned}
g_2(X) = & -0,1335 + 0,000257 \cdot c' - 1,689 \times 10^{-7} \cdot c'^2 + 0,2221 \cdot \tan \phi' - \\
& 0,1117 \cdot \tan \phi'^2 + 0,0001515 \cdot E - 6,526 \times 10^{-8} \cdot E^2 \\
& -0,0001863 \cdot c' \cdot \tan \phi' - 8,98 \times 10^{-8} \cdot c' \cdot E \\
& -8,071 \times 10^{-5} \cdot E \cdot \tan \phi' \\
R^2 = & 0,999 \quad ; \quad \overline{R^2} = 0,999
\end{aligned}
\tag{111}$$

#### Aproximação à probabilidade de falha pelo método FORM

A análise de fiabilidade do tipo FORM produz os seguintes valores de probabilidade de falha e respectivo índice de fiabilidade e ponto de dimensionamento.

**Tabela 36 – Túnel: Resultados FORM – RSM à via algébrica (condições 1)**

Função de estado limite	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$E$ (MPa)	$\beta$	$p_f$
$g_1(X)$	336,495	18,693	945,322	1,659	0,048552
$g_1(X)$ termos cruzados	336,318	18,683	946,832	1,659	0,048567
$g_2(X)$	263,905	22,907	338,820	2,618	0,004489
$g_2(X)$ termos cruzados	263,453	22,724	344,342	2,609	0,04541

Não só o índice de fiabilidade e probabilidade de falha são muito próximos dos valores obtidos pela aplicação das expressões do método de convergência-confinamento, como também o ponto de dimensionamento está muito próximo deste. A utilização dos termos cruzados em cada uma das funções produz resultados semelhantes ao da sua não utilização, no entanto com rapidez de convergência superior.

#### Aproximação à probabilidade de falha pelo método SORM

As superfícies de resposta obtidas são igualmente avaliadas através da metodologia SORM. Note-se que o recurso a este método será à partida mais interessante, dada a não linearidade acentuada das funções de superfícies de resposta. A metodologia de avaliação e o software utilizados são os mesmos que na secção 4.1.1 Os resultados são apresentados de seguida, para as superfícies obtidas.

**Tabela 37 – Túnel: resultados SORM – RSM à via algébrica (condições 1)**

	$g_1(X)$	$g_1(X)$ termos cruzados	$g_2(X)$	$g_2(X)$ termos cruzados
$\beta$	1,685	1,555	2,553	2,583
$p_f$	0,046007	0,060019	0,005344	0,004897

Note-se que, tal como na aproximação pelo método de Monte-Carlo (ver ponto seguinte), também o método SORM é influenciado pelo fraco ajustamento do polinómio em zonas afastadas do ponto de dimensionamento, pelo que os maiores desvios obtidos se devem a este facto.

#### Aproximação à probabilidade de falha pelo método de *Monte-Carlo*

Obteve-se ainda a estimativa do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha, utilizando o método de Monte-Carlo, utilizando apenas a amostragem selectiva, já que, como visto, desta se obtêm melhores resultados. Os resultados são resumidos nas tabelas seguintes.

**Tabela 38 – Túnel: Resultados Monte-Carlo – RSM à via analítica (condições 1)**

<b>Função de estado limite</b>	<b><i>Nº de Casos</i></b>	<b><i>CoV</i></b>	<b><math>\beta</math></b>	<b><math>p_f</math></b>
$g_1(X)$	200 000	0,00319	1,6658	0,04829
$g_1(X)$ termos cruzados	200 000	0,00335	1,617	0,05293
$g_2(X)$	200 000	-	-	-
$g_2(X)$ termos cruzados	200 000	-	-	-

O facto do ajustamento da função ser apenas válido na zona em torno do ponto de dimensionamento é um aspecto de grande importância. De facto, a função de estado limite  $g_2(X)$  não apresenta resultados coerentes para este método, dada a elevada não linearidade desta função. Esta conclusão é, aliás, fundamental, sendo importante enfatizar que o ajustamento a partir de superfícies de resposta procura apenas descrever a função num domínio muito próximo do ponto de dimensionamento.

O método de Monte-Carlo consegue ainda assim gerar resultados coerentes, o que diz respeito à função  $g_1(X)$ , dado o carácter não linear menos acentuado.

#### **4.2.5. ANÁLISE DE FIABILIDADE ATRAVÉS DE MODELO NUMÉRICO NAS CONDIÇÕES DO MÉTODO DE CONVERGÊNCIA-CONFINAMENTO**

Pretende-se agora reconstituir o cálculo do ponto anterior, recorrendo agora a software de cálculo numérico. Para tal, foi novamente utilizado o software PLAXIS, recriando as condições de aplicabilidade do método de convergência-confinamento e comparando os resultados obtidos com as estimativas da via algébrica. A metodologia de cálculo é semelhante aquela já apresentada em 4.1.3.

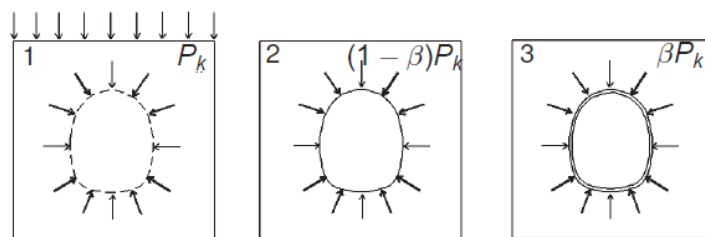
#### Modelo utilizado e parâmetros de entrada

O software de cálculo utilizado é, como se disse, o PLAXIS na sua versão 8. Neste, a tentativa de recriação as condições do método da convergência-confinamento não é simples, sobretudo no que diz respeito à criação de condições perfeitamente hidrostáticas e homogéneas de pressão e ainda no



que diz respeito à possibilidade de aplicação de pressão radial (fictícia) à parede da cavidade. Acrescente-se no entanto, em relação ao último ponto, que a versão mais recente deste software prevê a possibilidade de aplicação deste tipo de pressão radial.

Sugere-se em [52] uma forma de inclusão dos efeitos tridimensionais nas análises a duas dimensões a partir da utilização do designado ‘ $\beta$  Method’, que incorpora os conceitos do método da convergência-confinamento. Nesta abordagem,  $(1 - \beta)$  representa o desconfinamento sofrido pelo maciço e que dependerá, entre outras coisas, da distância de colocação do suporte à frente de escavação (e neste caso, apenas desta). Em traços gerais, este método sugere que o problema da abertura da cavidade seja tratado em 2 fases distintas: considerando no momento da abertura da cavidade uma redução da tensão total em  $1 - \beta$  (no PLAXIS, controlado pelo módulo  $\Sigma Mstage$ ); considerando a totalidade da tensão aplicado aquando da colocação do suporte. Naturalmente que este processo não é idêntico à aplicação de uma pressão radial às paredes do túnel, no entanto pretende ser uma forma simplificada para a resolução do problema existente nesta modelação. Esta ideia é sugerida pela Figura 25.



**Figura 25 – Método de convergência-confinamento – ‘ $\beta$  Method’ – PLAXIS [52]**

De forma a verificar a validade deste modelo, constrói-se, em primeiro lugar, a curva de reacção do terreno e compara-se com aquela obtida a partir dos resultados algébricos. Fazendo variar o grau de desconfinamento do maciço ( $\Sigma Mstage$ ), verificam-se os deslocamentos radiais verificados pela abertura da cavidade. Note-se que, ao contrário do processo algébrico, a possibilidade de obtenção de resultados através do processo numérico em muito dependerá das características do terreno, em particular quando o desconfinamento é muito elevado, já que poderá naturalmente ocorrer não convergência de resultados no software de cálculo, algo que nunca acontece pela utilização da via analítica. Conclui-se, depois de uma breve análise de resultados, que as características apresentadas na análise anterior devem ser reformuladas para que uma curva característica completa do terreno possa ser obtida. Adoptam-se assim as características sugeridas na publicação [48], que se apresentam de seguida, a que corresponderá um material mais competente e com características mais próximas de maciço rochoso (elevada coesão), recebendo a designação de “condições 2”. O coeficiente de variação de cada variável mantém-se.

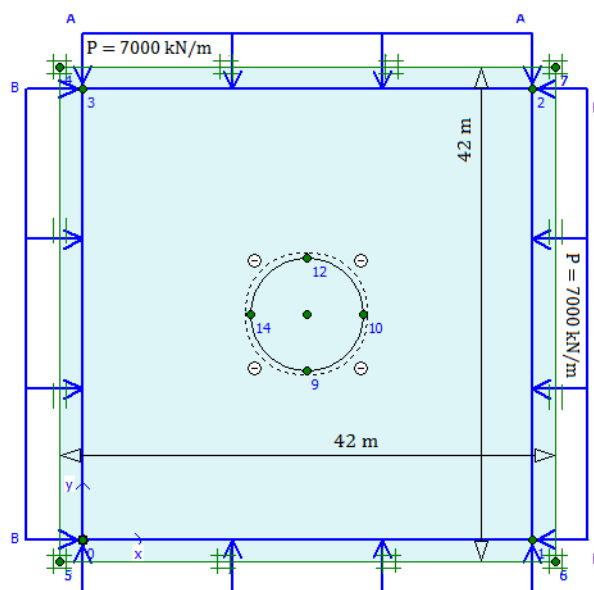
**Tabela 39 – Túnel: parâmetros estatísticos das variáveis de base (condições 2)**

	Média ( $\mu$ )	Desvio Padrão ( $\sigma$ )	Coefficiente de variação (CoV) (%)
$c'$ (kPa)	1500	320	21
$\phi'$ (°)	23	3,3	14
$E$ (MPa)	1800	500	28

A tensão natural do terreno  $P_0$  é admitida com um valor de 7 MPa, e o coeficiente de Poisson  $\nu$  é considerado com um valor de 0,3. O raio do túnel mantém-se no valor de 5 m.

Estas condições são diferentes, não só ao nível dos parâmetros estatísticos, mas também ao nível do suporte (betão projectado, de espessura  $e = 0,25m$ , módulo de elasticidade  $E = 30 GPa$ , resistência à compressão uniaxial  $\sigma_{cc} = 35 MPa$  e coeficiente de poisson  $\nu = 0,2$  aos quais corresponde  $p_s^{max} = 1,706 MPa$  e  $k_s = 320,7 MPa/m$ .

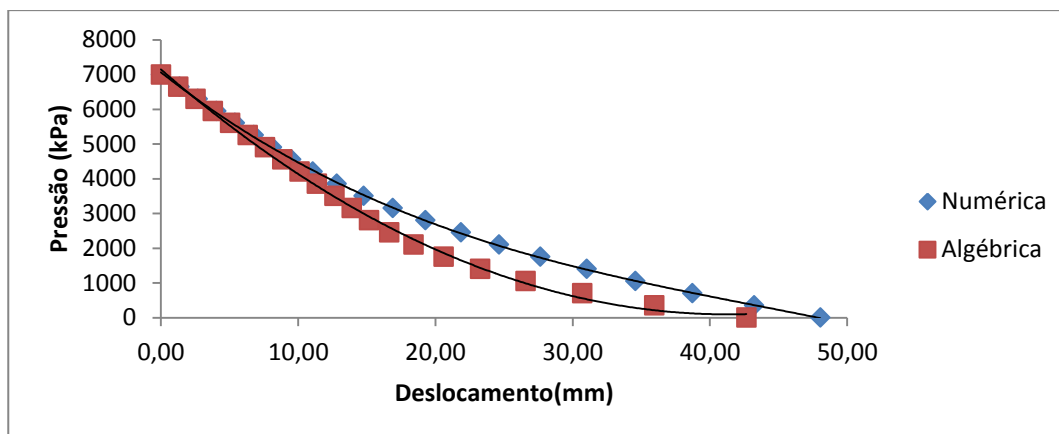
O modelo de cálculo é apresentado de seguida.



**Figura 26 – Modelo de cálculo de túnel – PLAXIS**

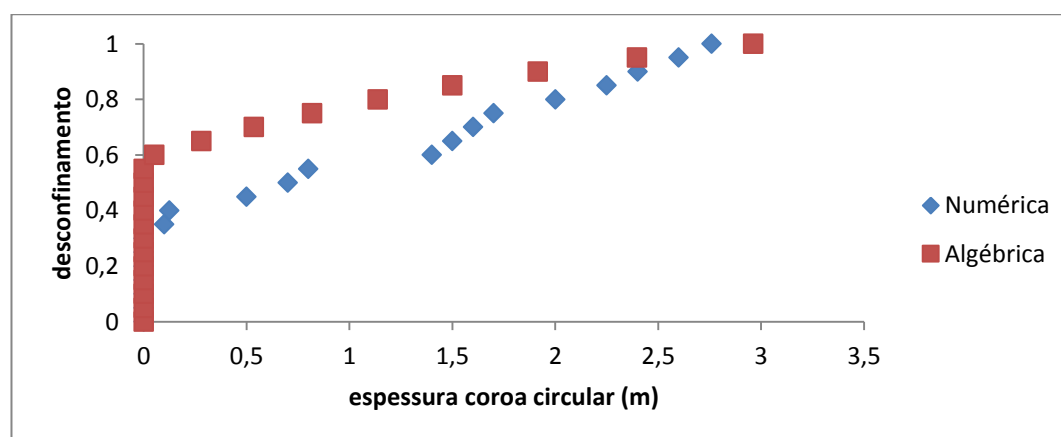
A pressão hidrostática no terreno é simulada por um conjunto de cargas distribuídas, sendo que para o terreno se admite um peso volúmico nulo (de forma a aproximar o mais possível do estado de tensão hidrostático). É importante que a dimensão do modelo não seja demasiado grande, já que a degradação das cargas será mais expressiva neste caso. Por outro lado, o modelo não poderá ser demasiado pequeno, já que poderia interferir na formação da coroa de plastificação em redor do túnel, alterando a não só o seu formato mas também a grandeza dos deslocamentos obtidos.

Apresenta-se de seguida, em gráfico, os resultados obtidos para a curva característica do terreno, apresentando-se em simultâneo a curva obtida através dos resultados algébricos.



**Figura 27 – Curva de reacção do terreno – ‘ $\beta$  Method’**

Embora os resultados obtidos apresentem, de uma forma geral, uma tendência semelhante aqueles obtidos directamente a partir de expressões algébricas, existe ainda uma diferença significativa, em particular para valores mais baixos de pressão. Este método, embora de fácil compreensão e utilização, não reproduz com a precisão desejada os resultados analíticos deste método. Esta ideia fica ainda mais patente quando comparada a espessura da coroa circular de plastificação obtida neste modelo, com aquela que se obtém por meio de resultados algébricos.

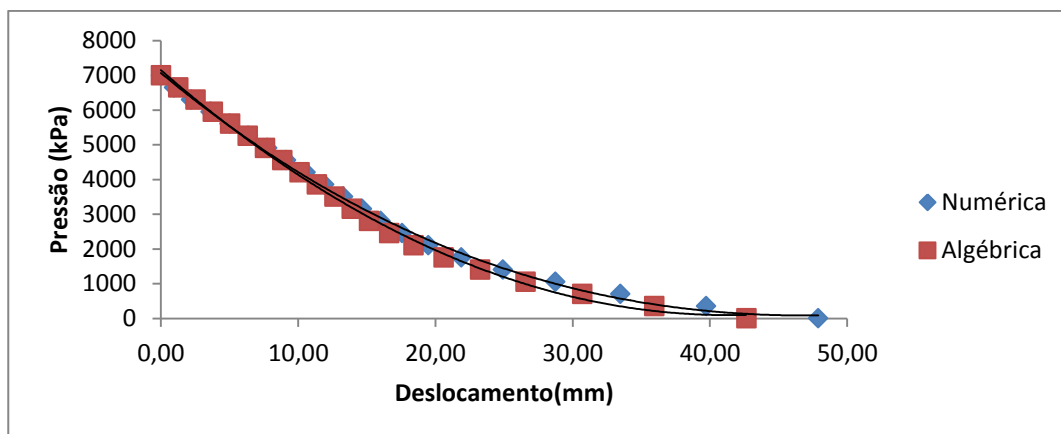


**Figura 28 – Espessura da coroa circular de plastificação - ‘ $\beta$  Method’**

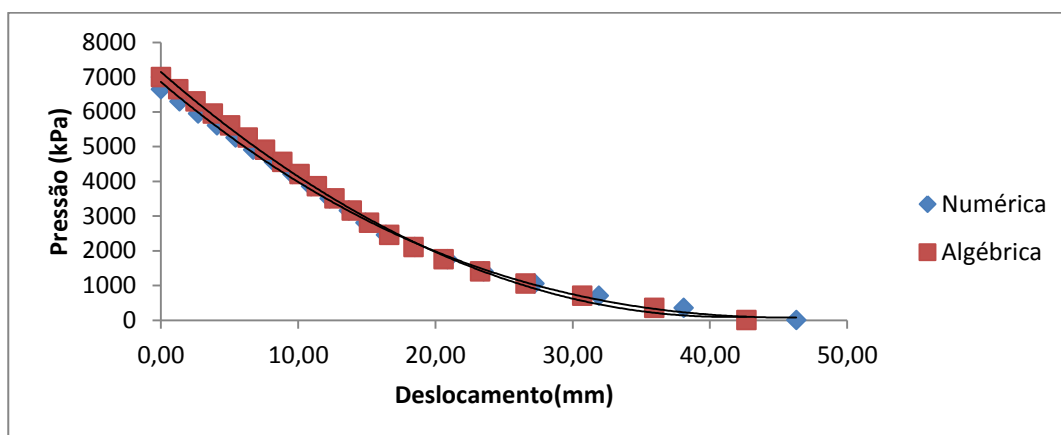
Da análise da Figura 28 é possível verificar que, entre si, não só são bastante diferentes como também a plastificação começa mais tarde, isto é, para menores valores de desconfinamento.

A impossibilidade de a versão 8 do PLAXIS simular a aplicação de pressão radial na cavidade pode ser contornada recorrendo a um artifício simples: admitindo que a superfície circular é substituída por um polígono formado por um número elevado, finito, de cordas interiores à circunferência. Em cada corda é possível aplicar uma força distribuída e perpendicular ao segmento, portanto aproximadamente radial, capaz de simular a pressão radial. Claro está, esta simplificação será tão mais próxima da realidade quanto maior for o número de cordas no qual a parede do túnel é dividida. Note-se que uma divisão demasiado alargada poderá trazer problemas no que diz respeito à geração da malha de elementos finitos e tornará o cálculo bastante moroso.

Procurou-se de seguida realizar o mesmo cálculo recorrendo agora a cavidades simuladas por 40 e 120 segmentos (correspondendo a amplitudes de 9 e 3 graus do ângulo ao centro, respectivamente), aplicando as pressões interiores sob a forma de cargas distribuídas e verificando os resultados. A pressão exterior é mantida constante e nos 7 MPa. Os resultados apresentam-se de seguida.



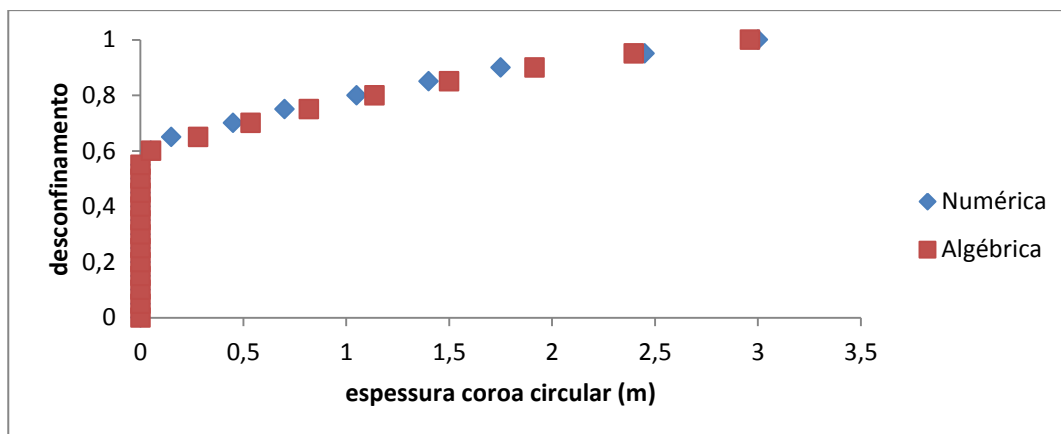
**Figura 29 – Curva de reacção do terreno – Cavidade simulada por 40 segmentos**



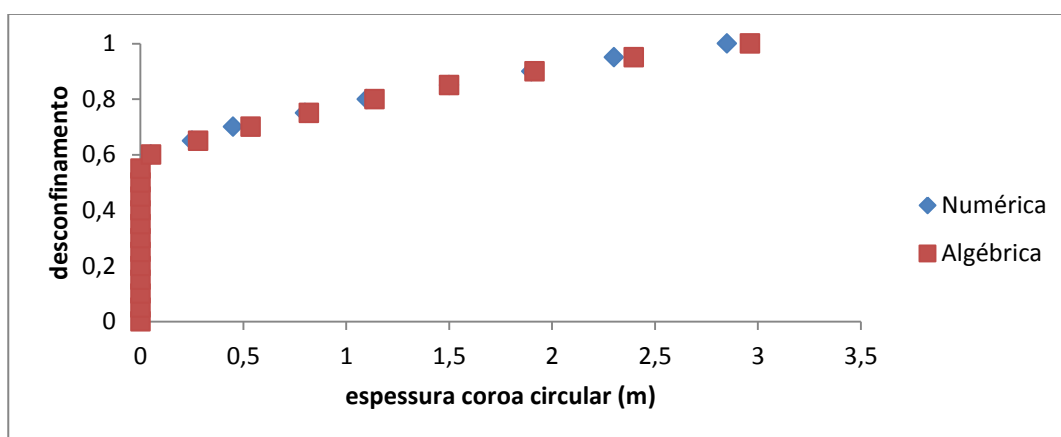
**Figura 30 – Curva de reacção do terreno – Cavidade simulada por 120 segmentos**

É notória agora a grande melhoria face aos resultados obtidos anteriormente, principalmente, e como seria de esperar, na cavidade simulada por 120 segmentos de recta, que é praticamente coincidente com a que se obtém através de resultados algébricos. Será importante referir que a coincidência não é total, não só devido à simplificação adoptada, mas também dada a dificuldade que existe, de acordo com este modelo, de imposição de um estado de tensão homogéneo, facto particularmente relevante para pressões radiais (fictícias) mais baixas (grosso modo, inferiores a 2 MPa). De notar ainda a morosidade do cálculo com a superfície simulada a 120 segmentos e cuja melhoria de resultados, embora visível, não tem grande expressão.

Esta melhoria de resultados é igualmente visível quando se realiza a medição da espessura da coroa circular obtida, e cujos resultados praticamente coincidem com os fornecidos pelas expressões de cálculo. Estes resultados apresentam-se as figuras seguintes.

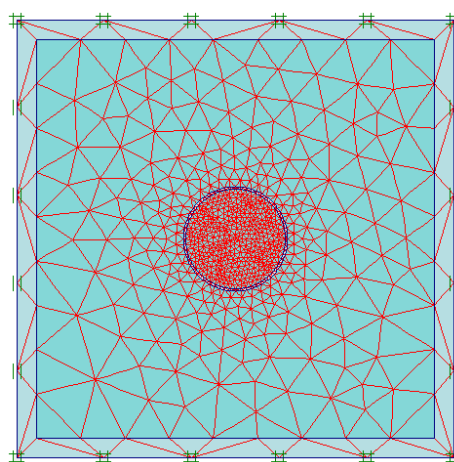


**Figura 31 – Espessura da coroa circular de plastificação – Cavidade simulada por 40 segmentos**



**Figura 32 – Espessura da coroa circular de plastificação – Cavidade simulada por 120 segmentos**

Faz-se notar que, sendo o cálculo com o modelo de cavidade simulada através de 120 segmentos de corda muito demorado e, desta forma, inviável para o número de cálculos necessários no âmbito de análise de fiabilidade, optou-se por um modelo com a cavidade simulada por 60 segmentos. A malha de elementos finitos correspondente é apresentada de seguida.



**Figura 33 – Análise de túnel – Malha de elementos finitos**

### Aproximação pelo método das superfícies de resposta

Como se disse, foi novamente utilizado o software PLAXIS v8 para a obtenção das respostas necessárias à aplicação do método das superfícies de resposta, sendo a metodologia iterativa aquela já descrita em secções anteriores onde foi também utilizada. Procedeu-se apenas à avaliação da função  $g_1(X)$ , referente às pressões no suporte uma vez que, como foi evidenciado na 29 e na Figura 32, o modelo de cálculo poderá sobrestimar os deslocamentos para pressões baixas.

Realizou-se uma análise de fiabilidade prévia através do método FORM, de forma a estabelecer os valores objectivo, os quais se apresentam de seguida. Todos os restantes parâmetros são mantidos iguais.

**Tabela 40 – Túnel: resultados FORM – via algébrica (condições 2)**

<b>Função de estado limite</b>	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$E$ (MPa)	$\beta$	$p_f$
$g_1(X)$	1950,990	22,166	487,708	2,981	0,00146

As leituras importantes dizem respeito ao deslocamento do suporte (que é modelado como sendo um material elástico linear, caracterizado unicamente pelo seu módulo de elasticidade), sendo esse valor, à semelhança do que acontece pela via algébrica, convertido em pressão (tendo em conta a sua rigidez teórica). A sequência de fases utilizada nesta modelação apresenta-se de seguida.

- I. Activação da força distribuída que simula as condições hidrostáticas (7 MPa);
- II. Activação das forças distribuídas em redor da cavidade, de valor unitário, sem abertura da cavidade;
- III. Utilização do módulo '*Total Multipliers*' e introdução da pressão radial correspondente às condições da combinação (que depende não só das características do terreno mas também da distância à frente de escavação);
- IV. Abertura da cavidade com reposição dos deslocamentos a valor nulo, nessa fase;
- V. Activação do suporte e desactivação da pressão radial com reposição dos deslocamentos a valores nulos no início da fase;

Os resultados obtidos ao fim da terceira iteração são apresentados de seguida (em anexo podem ser encontrados os restantes resultados).

$$\begin{aligned} g_1(X) = & -0,129 - 0,00054 \cdot c' + 1,6 \times 10^{-7} \cdot c'^2 + 4,7579 \cdot \tan \phi' - \\ & 4,599 \cdot \tan \phi'^2 - 0,00041 \cdot E + 5,1 \times 10^{-8} \cdot E^2 \\ & - 0,00095 \cdot c' \cdot \tan \phi' + 1,8 \times 10^{-7} \cdot c' \cdot E \\ & + 0,00074 \cdot E \cdot \tan \phi' \\ R^2 = & 0,996 \quad ; \quad \overline{R^2} = 0,994 \end{aligned} \tag{112}$$

**Tabela 41 – Túnel: resultados FORM – RSM aplicado à via numérica (condições 2)**

<b>Função de estado limite</b>	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	$E$ (MPa)	$\beta$	$p_f$
$g_1(X)$	1877,616	22,046	555,478	2,740	0,003

Dado que o modelo apresenta as limitações e diferenças já referidas, em particular para pressões radiais mais baixas (que são predominantemente utilizadas nesta análise), consideram-se que os resultados obtidos se aproximam com razoabilidade daqueles obtidos por via algébrica directa (Tabela 40), em particular no que diz respeito ao índice de fiabilidade e probabilidade de falha.

A modelação numérica do problema revelou, neste caso, ser uma alternativa viável para a análise simplificada do problema, nas condições do método de convergência-confinamento. No que diz respeito à análise de fiabilidade, considera-se viável a utilização do método das superfícies de resposta em conjunto com a análise numérica, dada a proximidade entre os resultados obtidos. Refira-se ainda que não existiram quaisquer problemas relativos a falsos pontos de dimensionamento.





## 5. CALIBRAÇÃO DE COEFICIENTES PARCIAIS

### 5.1. INTRODUÇÃO

Como foi já referido anteriormente, o dimensionamento e projecto (não apenas geotécnico) em engenharia civil passa, em grande parte, pela utilização de códigos de dimensionamento, no qual serve de exemplo o já designado 'Eurócodigo'. Estes códigos são concebidos com o objectivo de corresponderem a uma alternativa de dimensionamento simples, eficiente e económica, no caso de estruturas correntes e em condições normais de carregamento [53].

A maioria dos códigos mais recentes opta pela utilização dos coeficientes parciais que, aplicados às resistências, às acções e às propriedades dos materiais visam assegurar uma margem de segurança para a qual devem contribuir todas as variáveis, uma vez que todas estão sujeitas a incertezas. Na calibração destes coeficientes deverão ser utilizados preferencialmente métodos de base probabilística, que façam corresponder à aplicação destes valores um determinado nível de fiabilidade. Como alternativa, a calibração de novos códigos pode ser feita baseando-se nos códigos já existentes ou na experiência acumulada do projectista [54], metodologias essas às quais não se fará referência no presente trabalho. Remete-se à bibliografia [56] um estudo aprofundado sobre a evolução dos métodos de dimensionamento em geotecnia.

Os pontos mais importantes a ter em consideração num código que se baseie na aplicação de coeficientes parciais são seguidamente enunciados [55].

- O dimensionamento deve ser baseado na análise dos estados limite;
- Diferentes classes de segurança com diferentes níveis de fiabilidade perfeitamente definidos para as diversas situações;
- Utilização de valores característicos na base do cálculo, suportados por dados estatísticos, em conjunto com coeficientes parciais, ambos aplicados quer às acções quer às propriedades dos materiais;
- Os coeficientes aplicados às propriedades dos materiais devem ser independentes dos aplicados às acções;
- As regras para a combinação de acções deverão ser suportadas por dados estatísticos.

## 5.2. FORMULAÇÃO DO CÓDIGO

São apresentados de seguida os passos habituais na optimização dos códigos [53] [54] [57].

1. *Definição do domínio de validade do código* – Corresponde à definição do tipo de estruturas e modos de rotura em consideração;
2. *Definição do objectivo do código* – No qual é definido o nível de fiabilidade esperado pela utilização dos coeficientes e a respectiva probabilidade de falha;
3. *Definição do formato do código* – Define-se a forma e as regras de aplicação dos coeficientes parciais, combinações de carga e outros factores importantes ao dimensionamento;
4. *Seleção dos modos de rotura e do modelo* – Definição dos modos de rotura mais habituais e importantes e do seu peso relativo, de modo a definir  $\underline{L}$  situações diferentes de dimensionamento;
5. *Definição da medida da precisão* – É necessário definir uma medida de precisão entre o código e o seu objectivo, isto é, entre os resultados alcançados pela formulação e o seu objectivo.

Para tal, pode ser definida uma função que sirva de medida de desvio. É comumente utilizado o desvio quadrático entre o índice de fiabilidade obtido ( $\beta$ ) e o índice de fiabilidade objectivo ( $\beta_T$ ).

$$M(\beta, \beta_T) = (\beta - \beta_T)^2 \quad (113)$$

No entanto, esta função penaliza de igual forma desvios superiores ou inferiores ao valor pretendido, sendo que devem preferencialmente ser mais penalizados os desvios inferiores a este (estando, portanto, do lado da segurança). Tendo por base esta ideia, pode alternativamente utilizar-se a expressão seguinte,

$$M(\beta, \beta_T) = c(\beta - \beta_T) + \exp[-c(\beta - \beta_T)] - 1 \quad (114)$$

correspondendo  $c = 4,35$  a um ajuste razoável para valores de  $3 < \beta < 6$  [54].

6. *Optimização do código* – A determinação do melhor conjunto de coeficientes parciais pode ser feita recorrendo à minimização da medida ponderada de desvio seguinte:

$$\Delta = \sum_{i=1}^L w_i M(\beta, \beta_T) \quad (115)$$

(Nota:  $\sum_{i=1}^L w_i = 1$ )

sendo o somatório no conjunto das estruturas e  $w_i$  o coeficiente de importância associado a cada estrutura.

7. *Definição do método de calibração* – No presente texto aborda-se apenas a calibração recorrendo à fixação do índice de fiabilidade, utilizando a metodologia do erro mínimo que recorre aos

resultados do método FORM, aprofundadas adiante. Tecem-se considerações mais abrangentes sobre o processo de cálculo para a calibração dos coeficientes parciais em [54].

### 5.3. MÉTODOS DE CALIBRAÇÃO

Existem duas abordagens fundamentais para proceder à calibração dos coeficientes parciais: a primeira visa maximizar a utilidade esperada sendo que a segunda se centra na obtenção de um índice de fiabilidade constante (ou tão próximo disso quanto possível) [54]. Neste trabalho apenas se fará referência à segunda.

A calibração dos coeficientes parciais centrada na obtenção de um índice de fiabilidade pode ser realizada recorrendo aos designados *métodos de optimização global (GOM)*, que corresponde à optimização do problema (descrito no ponto anterior) definindo os próprios coeficientes  $\gamma_i$  como variáveis. Este método é também designado de *formato livre* ('Free-Format'), sendo o índice de fiabilidade óptimo, pretendido, obtido à custa da minimização da função de penalização. Outra metodologia recorre ao método FORM e aos parâmetros  $\alpha$  (capítulo 2.4.2) obtidos de forma a proceder à calibração destes coeficientes, sendo por isso também designada de *formato do ponto de dimensionamento* ('Design-Value Format'). Ambas as metodologias são descritas com maior detalhe de seguida.

#### Formato Livre

O primeiro passo deste método corresponde, como se disse, à determinação do índice de fiabilidade óptimo, que servirá de valor objectivo na análise. Este valor, numa abordagem de optimização económica, irá depender não só das consequências em casa de falha da estrutura mas também dos custos associados ao seu aumento de segurança. De forma geral, um índice de fiabilidade superior deve ser requerido nos casos em que as consequências da falha da estrutura seja potencialmente muito danosa e/ou quando o custo relativo para atingir um determinado nível de fiabilidade seja reduzido. Não sendo o objectivo deste trabalho, remete-se o leitor para a bibliografia já mencionada.

O procedimento de cálculo é resumido em [58], e apresenta-se de seguida:

1. Definição do número  $L$  de casos/estruturas de referência;
2. Definição (arbitrária, na primeira escolha) de um conjunto de coeficientes parciais (e, eventualmente, de coeficientes de combinação), aplicados aos valores característicos das variáveis;
3. Determinação do índice de fiabilidade associado à utilização dos coeficientes parciais, em cada um dos  $L$  casos de referência;
4. Determinação da medida  $\Delta$  (Eq. (115))

##### 5. Repetição os passos de 2 a 4 até à minimização do valor de $\Delta$ .

O conjunto de coeficientes parciais (e coeficientes de combinação) que verifiquem o menor valor  $\Delta$  são os valores óptimos, tomados como valores finais.

Sendo esta a metodologia que melhor se adapta aos métodos de análise de fiabilidade utilizados durante este trabalho (o método de Hasofer-Lind, invariável face à função de estado limite), utilizou-se esta via para o desenvolvimento da calibração de coeficientes parciais.

Refira-se ainda que a calibração dos coeficientes parciais levanta o problema da quantificação dos valores característicos ou nominais relativos às diferentes variáveis em jogo. Não só o índice de fiabilidade depende, em cada caso, do conjunto de coeficientes parciais utilizado, mas também do valor adoptado para estes parâmetros e da sua relação com o valor médio. Assim, não é demais realçar que a escolha destes valores é, desta forma, preponderante para a calibração destes coeficientes.

##### Formato do ponto de dimensionamento

Os coeficientes parciais podem, em alternativa, ser determinados recorrendo aos valores obtidos pelo método FORM – o ponto de dimensionamento e os coeficientes  $\alpha$  (capítulo 2.4.2). Embora o método anterior seja na teoria preferível, uma vez que leva a definição de um conjunto óptimo, este poderá requerer um conjunto muito alargado de cálculos, pelo que este segundo método se poderá tornar mais viável e simples.

Por definição, o coeficiente parcial é dado pelo quociente entre o ponto de dimensionamento e o valor característico ou nominal (para as acções) (ou pelo seu inverso, no caso da capacidade resistente).

$$\gamma_i = \frac{X^*}{X_k} \text{ ou } \gamma_i = \frac{X^*}{X_{nom}} \quad (116)$$

Dado que estes coeficientes parciais dependem directamente do valor que é atribuído aos valores característicos, é importante salientar, à semelhança do ponto anterior, a importância que estes têm no valor final destes coeficientes.

O ponto de partida deste processo de cálculo está na determinação do índice de fiabilidade e do vector  $\alpha$  (secção 2.4) para cada caso/estrutura de referência. Simplificadamente, numa distribuição normal de variáveis não correlacionadas, o ponto de dimensionamento pode ser obtido através da equação (30). Dado que o índice de fiabilidade obtido poderá não corresponder ao valor objectivo, a equação é reescrita na forma que se apresenta [55], de forma a ter em consideração precisamente este valor.

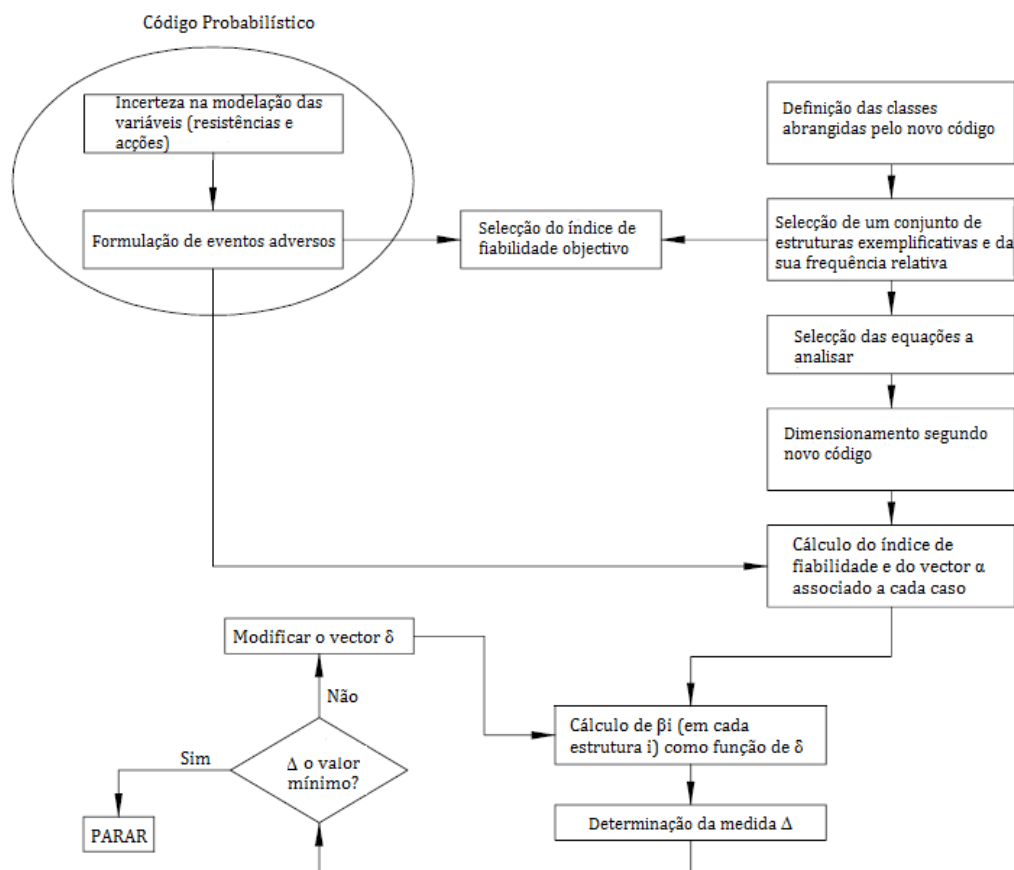
$$X_i^* = \mu_{Xi} - \alpha_{Xi} \cdot \beta_T \cdot \sigma_{Xi} \quad (117)$$

onde  $\beta_T$  representa o índice de fiabilidade objectivo. Assume-se que os coeficientes  $\alpha_{xi}$ , obtidos no decorrer do método FORM, podem ser mantidos constantes na passagem para o novo índice de fiabilidade [55].

A estratégia passa agora pela determinação de um vector  $\delta$  (que não é necessariamente unitário) e que sirva de substituto global ao vector  $\alpha$ , isto é, seja substituto para todos os  $\underline{L}$  casos em estudo. Este vector é alterado, recorrendo a um processo de optimização, no qual é minimizada a função  $\Delta$ . Embora não seja necessária, à partida, a restrição dos valores que compõem este vector, alguns autores [59] sugerem que a minimização da função  $\Delta$  poderá levar à determinação de um vector  $\delta$  cujas componentes se afastem bastante da nuvem de vectores obtidos inicialmente. Desta forma, deverá restringir-se o vector dentro dos limites do conjunto dos vectores obtidos durante as análises FORM.

Uma vez obtido o vector óptimo e determinado o ponto de dimensionamento, os coeficientes parciais são determinados recorrendo à equação (116).

Todo o processo é resumido na figura seguinte.



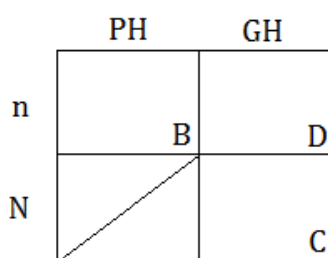
**Figura 34 – Calibração dos coeficientes de acordo com a abordagem do Ponto de Dimensionamento (adaptado de [54])**

## 5.4. APLICAÇÃO AO CASO DE ESTUDO DA FUNDAÇÃO SUPERFICIAL

Tendo sido descritas as metodologias para a calibração dos coeficientes parciais, segue-se a sua aplicação ao caso de estudo da fundação superficial, descrito na secção 4.1. Tal como se disse, apenas se utiliza o formato livre, por ser este o método que melhor se adapta às metodologias de análise de fiabilidade utilizadas previamente (a abordagem de *Low* e *Tang* com resultados coincidentes com os do método FORM).

A aplicação destes conceitos é feita em condições semelhantes às do caso de estudo, mas sob diferentes cenários geotécnicos. Por isso, embora restrito a este caso, pretende-se que o seu estudo se desenrole sob estas diferentes condições.

Três cenários particularmente relevantes em projecto geotécnico são abordados, considerando pequena (PH) e grande (GH) heterogeneidade das condições do terreno e um maior e menor conhecimento sobre este, que é sugerido, neste caso, por um maior (N) ou menor (n) número de ensaios realizado no terreno.



**Figura 35 – Casos de estudo – calibração de coeficientes parciais**

A construção dos casos de referência é feita nesta mesma base, sendo que os efeitos destas diferenças em cada um dos cenários se reflectem quer no coeficiente de variação (CoV) das variáveis básicas, alterando o valor referente ao desvio padrão, quer na forma como são determinados os valores característicos. A respeito destes últimos, consoante sejam acções ou propriedades dos materiais, respectivamente, estes valores são determinados da forma que se segue:

$$X_{Ki} = \mu_{Xi} \pm k \cdot \sigma_{Xi} \quad (118)$$

Para a escolha dos valores de  $k$  será útil a consulta do quadro D.1 do Anexo D do Eurocódigo 0, sendo este valor dependente do grau de conhecimento do terreno. No que diz respeito ao valor característico para as acções (secção 2.5) permanentes e variáveis, optou-se pela utilização dos valores  $k = 0$  e  $k = 1,65$  respectivamente, que corresponde, no caso de uma distribuição normal (utilizada), a um quantilho de 50 (valor médio) e 95% de não excedência.

O resumo das propriedades utilizadas em cada um dos cenários (B, C e D) é apresentado em seguida, na Tabela 42. O cenário B e D reflectem, respectivamente, pequena e grande heterogeneidade das condições do terreno, onde em ambos se realiza um reduzido número de

ensaios. O cenário C alia à grande heterogeneidade nas condições do terreno um maior número de ensaios, que permite reduzir a intensidade dos coeficientes  $k$  na escolha dos valores característicos.

**Tabela 42 – Propriedades para calibração de coeficientes parciais**

	$k$			$CoV$ (%)		
	B	C	D	B	C	D
$c'$	1,00	1,68	2,01	10 / 15	20 / 25	20 / 25
$\phi'$	1,00	1,68	2,01	5 / 10	15 / 20	15 / 20
$cv$	1,65	1,65	1,65	10 / 20	30 / 40	30 / 40
$cp$	0	0	0	5	10	10

Para cada cenário (B, C ou D definidos na Figura 35) estudam-se, portanto, 8 casos, resultantes das combinações possíveis entre os valores do coeficiente de variação das variáveis.

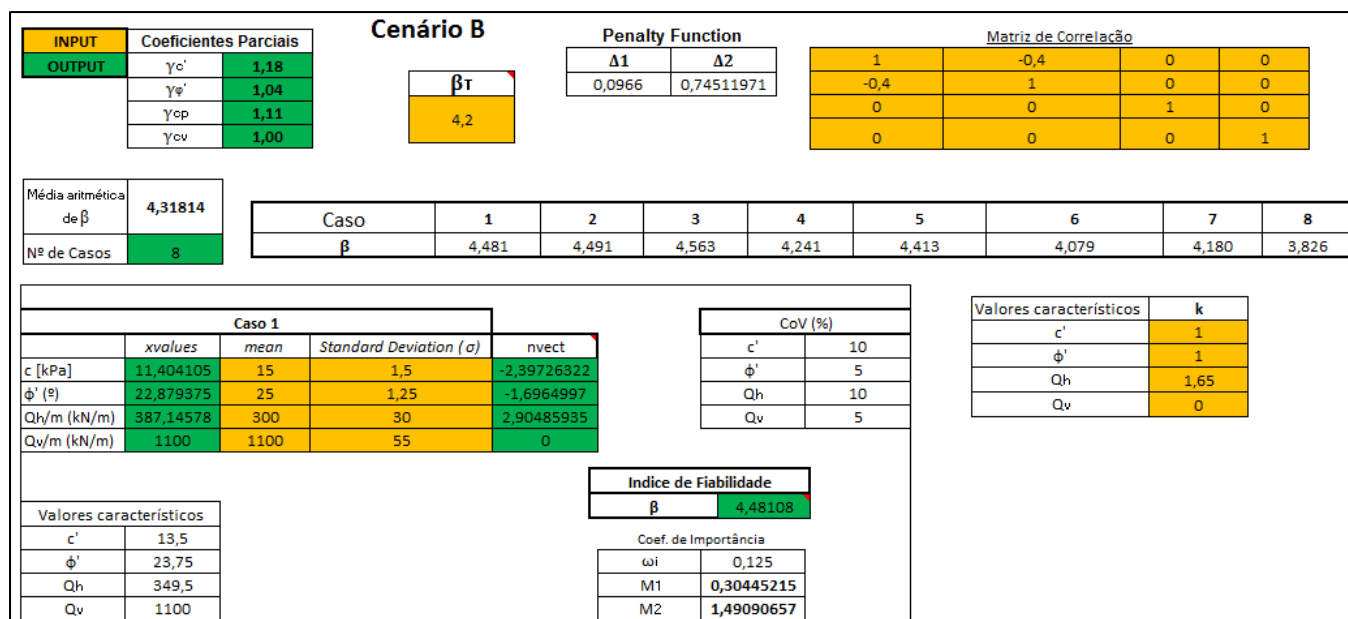
É importante referir que é agora considerada uma carga permanente ( $cp$ ) e sem qualquer relação com a carga variável ( $cv$ ). Por favorecer a segurança, admite-se uma diminuição da correlação entre os parâmetros resistentes  $c'$  e  $\phi'$ , adoptando-se o coeficiente de correlação igual a -0,4.

Os coeficientes parciais são calibrados para uma estrutura da classe RC 1,2 e 3 e para um período de referência de 1 ano, às quais correspondem índices de fiabilidade de 4,2, 4,7 e 5,2 (Tabela 5), sendo utilizada a função de penalização da equação (114). Os casos em estudo são organizados combinando os diferentes coeficientes de variação entre si, para as 4 variáveis básicas.

Os índices de fiabilidade são determinados aproveitando o sistema de cálculo utilizado para a realização de análises do tipo FORM (secção 4.1). A partir deste, desenvolveu-se um sistema de optimização dos coeficientes parciais que permite aproximar os valores efectivamente obtidos do valor objectivo. Uma vez mais foi utilizado o software MS Excel.

Apresenta-se esquematicamente na Figura 36 parte do processo de calibração dos coeficientes parciais, neste caso aplicado à situação B.

O programa determina de forma automática o índice de fiabilidade para cada uma das 8 situações. Este valor irá depender da forma como são determinados os valores característicos, que no decurso da optimização se mantêm constantes, e do valor atribuído aos coeficientes parciais, que afectam directamente os valores característicos. Além do índice de fiabilidade, determinam-se também as funções de desvio (ou penalização), assumindo que todos os casos têm igual importância, ou seja, que cada um deles possui um coeficiente de importância  $w_i = 1/8 = 0,125$ . Utilizando a ferramenta SOLVER, procede-se à minimização da função de penalização, alterando o valor dos coeficientes parciais. A propósito destes, refira-se que o valor de arranque em cada um é unitário.



**Figura 36 – Processo de calibração de coeficientes parciais**

Fazendo variar o índice de fiabilidade em cada situação, o cálculo é realizado e os coeficientes parciais calibrados de forma a favorecer a minimização da função de penalização, que será tão mais pequena quanto mais próximos estiverem os valores do índice de fiabilidade, em cada caso, daquele definido como objectivo. Como foi dito, a equação (114) favorece um conjunto de casos cujo índice de fiabilidade esteja não só próximo, mas também acima do valor objectivo, pelo que favorece a segurança.

Note-se que neste processo de optimização apenas se procura minimizar esta função de desvio  $\Delta$ , pelo que poderão existir soluções de coeficientes que sejam pouco razoáveis (como seja por exemplo coeficientes parciais inferiores à unidade) e, no entanto, minimizem esta função, isto é, que aproximem o mais possível o conjunto de índices de fiabilidade dos vários casos ao índice de fiabilidade objectivo. Embora não tenha constituído um problema neste trabalho, poderá por esta razão ser necessária a utilização de algumas restrições neste processo, como por exemplo impondo aos coeficientes parciais um valor mínimo unitário.

De referir ainda que o processo poderá ser favorecido se realizada uma medida ponderada entre funções de desvio, de modo a distribuir de uma forma mais razoável a variação nos coeficientes. Este ponto poderá ser particularmente importante nos casos em que a calibração seja realizada para um conjunto reduzido de casos.

## Resultados

Apresentam-se de seguida os resultados dos coeficientes parciais calibrados para os diferentes cenários. Além destes coeficientes, apresentam-se ainda, em gráfico, os resultados que a utilização destes coeficientes tem em cada uma das situações dos diferentes cenários, para os diferentes valores objectivo do índice de fiabilidade.



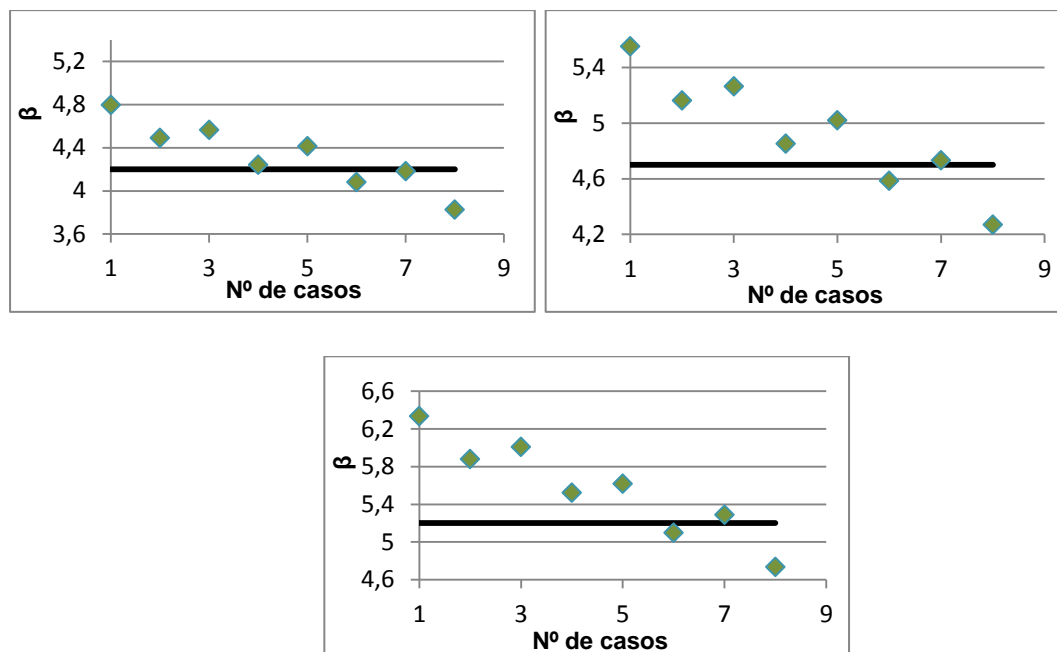


Figura 37 – Calibração de coeficientes parciais- Situação B ( $\beta = 4,2$  ;  $\beta = 4,7$  ;  $\beta = 5,2$ )

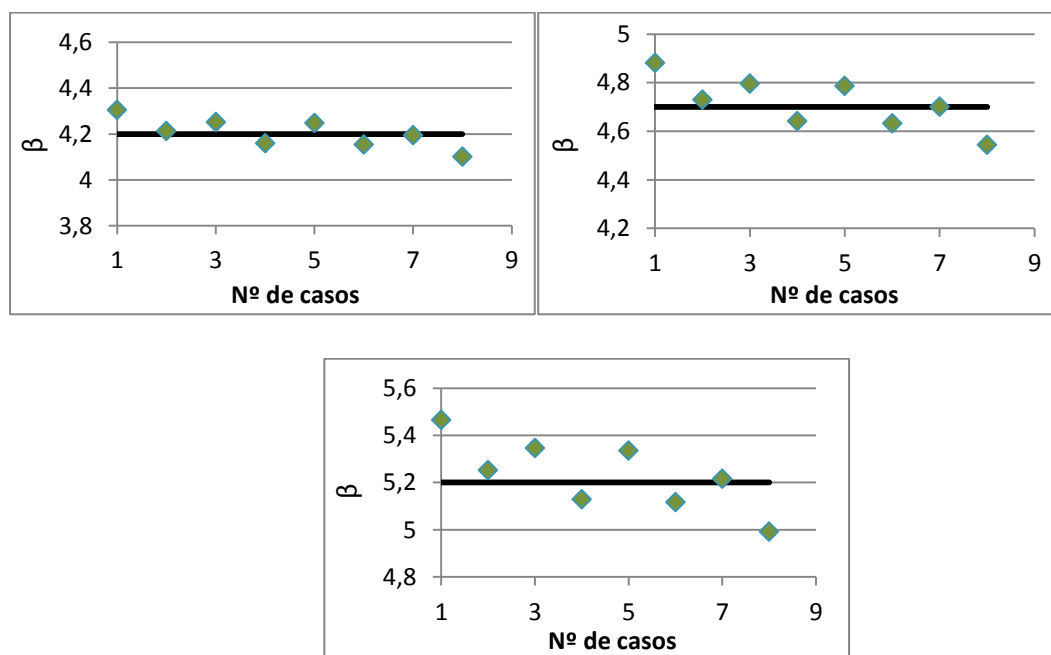


Figura 38 – Calibração de coeficientes parciais- Situação C ( $\beta = 4,2$  ;  $\beta = 4,7$  ;  $\beta = 5,2$ )

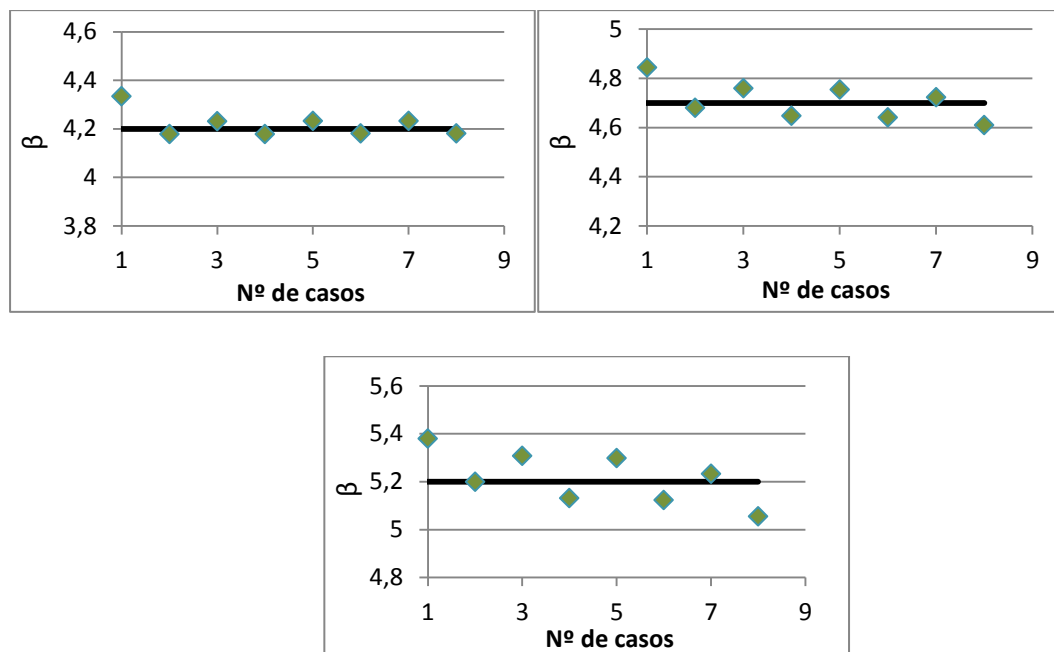


Figura 39 – Calibração de coeficientes parciais- Situação D ( $\beta = 4,2$  ;  $\beta = 4,7$  ;  $\beta = 5,2$ )

Tabela 43 – Coeficientes parciais calibrados – Situações B, C e D

Coeficientes calibrados	B			C			D		
	$\beta_T = 4,2$	$\beta_T = 4,7$	$\beta_T = 5,2$	$\beta_T = 4,2$	$\beta_T = 4,7$	$\beta_T = 5,2$	$\beta_T = 4,2$	$\beta_T = 4,7$	$\beta_T = 5,2$
$\gamma_{c'}$	1,18	1,27	1,39	1,08	1,16	1,24	1,00	1,06	1,12
$\gamma_{\phi'}$	1,04	1,05	1,06	1,05	1,09	1,13	1,00	1,03	1,07
$\gamma_{cv}$	1,11	1,14	1,17	1,19	1,29	1,40	1,11	1,22	1,32
$\gamma_{cp}$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

$B$ (m)	2,32	2,46	2,60	4,29	4,79	5,34	4,32	4,78	5,31
---------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

A Figura 36 ilustra a determinação do cenário B, com o cálculo do índice de fiabilidade do primeiro caso, correspondente ao primeiro ponto do primeiro gráfico da Figura 37. Um cálculo semelhante é efectuado nos restantes sete casos, sendo os índices de fiabilidade obtidos e que compõem o gráfico, apresentados igualmente nesta figura.

O passo seguinte corresponderá ao dimensionamento, de acordo com os coeficientes parciais obtidos nesta calibração. Neste caso, o dimensionamento poderá ser entendido como a determinação da largura de fundação que verifica a condição de segurança, de acordo com a utilização dos respectivos coeficientes de segurança e para uma situação exemplificativa de dimensionamento. Os valores médios utilizados neste exemplo ( $c' = 15$  kPa;  $\phi' = 25^\circ$  ;  $cp = 300$  kN e  $cv = 400$  kN) são convertidos em valores característicos (de acordo com o exposto anteriormente, para cada caso) e os

coeficientes parciais são aplicados. Os resultados obtidos são igualmente apresentados na última linha da Tabela 43.

Verifica-se, tal como seria de esperar, que os resultados para valores crescentes do índice de fiabilidade são sucessivamente mais conservativos. A forma como são determinados os valores característicos permite atenuar maiores diferenças relativamente às diferentes situações B, C e D (em particular às duas últimas).

A título de curiosidade, estes valores são igualmente determinados de acordo com os coeficientes parciais propostos pelos EC 0 e 7.

**Tabela 44 – Dimensionamento através dos coeficientes parciais propostos pelo EC**

		B	C	D
AC1 comb 1	B(m)	2,51	4,63	5,28
AC1 comb 2		3,33	5,87	6,63

Verifica-se que os resultados obtidos pela calibração efectuada aproximam-se sobretudo dos obtidos com abordagem de cálculo 1. Sendo geralmente condicionante em projecto geotécnico, não é de estranhar por isso que a abordagem de cálculo 2 apresente valores mais conservativos.

### Conclusões da análise

Analisando os gráficos da Figura 37, Figura 38 e Figura 39, verifica-se que o conjunto de coeficientes obtidos nesta calibração permite, de uma forma geral, a obtenção de índices de fiabilidade muito próximos do valor objectivo. Nos casos em que os desvios em relação a este são mais acentuados, verifica-se que o são, na maior parte dos casos, para valores superiores ao valor objectivo de índice de fiabilidade (em particular na situação B), estando assim do lado da segurança. A razão para tal provém, fundamentalmente, da escolha da função de penalização.

A proximidade dos valores calibrados nas diferentes situações (nas quais a incerteza é crescente e, como tal, onde previsivelmente os coeficientes deveriam também ser crescentes e distantes entre si) é justificada pela forma como os valores característicos das variáveis são determinados – de forma sucessivamente mais conservadora – que visa, de alguma forma, atenuar esta incerteza crescente. Justificam-se assim resultados como, por exemplo, entre os dos cenários C e D, em que os coeficientes parciais do segundo (este de natureza mais incerta) sejam mais baixos (ainda que pouco).

De notar a constância do valor (unitário) do coeficiente parcial referente à carga permanente, explicado pela sua pequena dispersão (CoV baixo face ao das restantes variáveis) e pela forma como é determinado o valor característico (sempre como valor médio) e da grande importância nos coeficientes parciais das variáveis coesão efectiva e carga variável que, da mesma forma que anterior, têm na sua importância as considerações relativas à sua maior dispersão.

Pretendeu-se nesta calibração exemplificar um processo simplificado possível para a obtenção de coeficientes parciais, sendo que os resultados obtidos, embora num universo limitado de casos, correspondem a um bom ajustamento. Note-se, no entanto, que outros conjuntos de coeficientes poderiam ser encontrados, dos quais a sua utilização resultasse em casos bem ajustados a cada situação. No entanto, os resultados devem, pelo menos, garantir coerência. Por exemplo, não faria sentido que a carga permanente apresentasse um coeficiente parcial superior ao da carga variável, ainda que desse resultasse um ajustamento global bom, já que a incerteza associada ao segundo é bastante superior. Uma vez que o processo de optimização é puramente matemático, deverá por isso garantir-se a coerência de resultados. No valor dos coeficientes calibrados tem também grande influência a função de penalização.

## 6. OBSERVAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

No caso da capacidade de carga foi possível, além da utilização do método FORM, a avaliação da função de estado limite construída directamente a partir de expressão algébrica existente pela técnica SORM e Monte-Carlo. Esta análise revelou uma grande proximidade entre os resultados das diversas metodologias, permitindo afirmar que, para estas condições, a metodologia FORM apresenta uma boa precisão de resultados. A diferença nos resultados é mais acentuada nos casos em a função de estado limite se apresenta com uma superfície cuja curvatura seja mais acentuada.

A utilização do método das superfícies de resposta revela-se bastante preciso, em especial quando a aproximação à função de estado limite possa ser feita através de polinómios do primeiro grau. Nestes casos, os resultados das técnicas FORM, SORM e Monte-Carlo, aplicados à superfície de resposta, calibrada para a zona próxima do ponto de dimensionamento, são muito próximos. A utilização de funções polinomiais de 2º grau para a aproximação das funções de estado limite, sempre que o carácter desta assim o exija, poderá revelar-se difícil, dado o efeito que a não linearidade produz, no que diz respeito à definição do ponto de dimensionamento. Dadas as características próprias da função, mais do que um ponto de dimensionamento pode existir, o que pode levar a resultados bastante afastados da realidade, dado que a função de aproximação da resposta é apenas válida junto a uma zona próxima do ponto de dimensionamento. Este foi um dos problemas que ocorreu na calibração da função de estado limite  $g_2(X)$ , em 4.2.3. Nestes casos, será necessário “forçar” a função a convergir, alterando, por exemplo, o ponto inicial de cálculo para um valor mais próximo do ponto de dimensionamento real, sempre que se conheça esta informação. Sempre que sejam utilizados os resultados de análises numéricas na calibração da função de estado limite, é necessário ter especial cuidado com estes falsos pontos de dimensionamento. Durante o processo de calibração, verificou-se que a utilização do ponto de dimensionamento da função de aproximação correspondente à iteração imediatamente anterior como ponto inicial permitiu chegar à convergência.

Quando o carácter das respostas obtidas se verificou ser fortemente não linear, como aconteceu em 4.2.4., o polinómio calibrado para a zona próxima do ponto de dimensionamento não revela resultados coerentes através das metodologias SORM e Monte-Carlo, já que a expressão de aproximação apenas se vai assemelhar, à partida, à resposta do sistema numa zona próxima do ponto de dimensionamento. Por esta razão, poderá concluir-se que sempre que a metodologia das superfícies de resposta, quando calibrada para o ponto de dimensionamento, seja utilizada na análise de fiabilidade, não é vantajosa a utilização destes dois métodos, pois os resultados obtidos nestes poderão divergir muito dos verdadeiros. Apenas a metodologia FORM é, nestes casos, indicada para a avaliação, tendo sido esta a metodologia utilizada.

A utilização de *software* de cálculo numérico incremental de tensão-deformação na resolução de problemas de fiabilidade foi igualmente investigada. Embora não tivesse sido possível proceder ao

controlo deste *software* de cálculo de forma automática, por razões inerentes ao próprio programa (o que tornaria o processo menos moroso e permitindo, por exemplo, a realização do método de Monte-Carlo), o método das superfícies de resposta revelou ser uma alternativa viável, quando utilizada em conjunto com a metodologia FORM, tendo sido obtidos resultados próximos daqueles que seriam expectáveis, em termos de probabilidade de falha e de índice de fiabilidade.

No que diz respeito à distribuição estatística das variáveis aleatórias, apenas a distribuição normal foi utilizada, embora muitas vezes se opte pela utilização de outras, como é exemplo disso a distribuição LogNormal. O trabalho de outros autores ([35] e [60], por exemplo) permite no entanto justificar, nos casos em que o coeficiente de variação das variáveis aleatórias não ultrapasse, em linhas gerais, os 25%, que os resultados obtidos através de outras distribuições se aproximam bastante daqueles obtidos se a distribuição normal fosse utilizada. Os casos de estudo estão enquadrados nestas condições, pelo que a utilização de outras distribuições estatísticas nestes casos terá, previsivelmente, resultados próximos dos obtidos neste trabalho.

Na análise de fiabilidade dos casos estudados, procedeu-se à sua avaliação de modo que cada sistema satisfizesse, à vez, um determinado critério de desempenho, obtendo-se assim um índice de fiabilidade e uma probabilidade de falha. Na verdade, para ser completa, uma análise deste tipo deverá estimar a fiabilidade do sistema como um todo, isto é, deverá ter em consideração que a estrutura poderá verificar a falha segundo múltiplos modos [3]. A análise de fiabilidade deverá ser realizada para um *sistema em série*, sempre que este tenha de verificar múltiplos critérios de desempenho, sendo que a falha do sistema é definida quando qualquer um destes critérios é violado. Por esta razão, é assim condicionado pela ligação mais fraca. No caso do sistema apenas verificar a falha quando todos os critérios forem verificados, este será analisado em *paralelo*. Esta é uma área ainda em investigação

A calibração dos coeficientes de segurança pelo método sugerido – Formato Livre – revelou ser, de forma geral, coerente na maioria dos aspectos, dos quais se destaca o maior peso dado aos coeficientes parciais das variáveis cuja dispersão é mais acentuada e, por outro lado, a constância do coeficiente unitário obtido na variável cuja dispersão é menor e no qual foi tomado sistematicamente como valor característico o seu valor médio. A forma como é feita a escolha dos valores característicos é também fundamental no peso dos coeficientes obtidos, tendo-se verificado que o seu valor não se altera muito para diferentes cenários de incerteza crescente, desde que adaptados os valores característicos para essas diferentes situações. Este método de calibração é puramente matemático e baseado na abordagem de *Low* e *Tang*, que coincide com os resultados da metodologia FORM.

### Recomendações para estudos futuros

Um dos pontos interessantes de estudo futuro, e não possível neste trabalho por limitações próprias na acessibilidade ao software, corresponde ao controlo do software de cálculo por meio de desenvolvimento de interface automática que proceda à manipulação dos ficheiros de *Output* do software de análise geotécnica. Poderá assim pensar-se em realizar estudos mais abrangentes e com maior número de cálculos e permitirá ainda a realização de outro tipo de análises probabilísticas directas (e não aproximadas), tais como do pesado método de Monte-Carlo ou a utilização do método das superfícies de resposta com polinómios de elevada ordem, que possam descrever convenientemente todo o andamento da função de estado limite.

Considera-se interessante um estudo e análise de fiabilidade acerca da possibilidade de rotura da frente por extrusão, quer através de formulações algébricas baseadas em análises de equilíbrio limite quer recorrendo a software de cálculo (numérico) geotécnico em três dimensões utilizando o método das superfícies de resposta. Outras secções que não a circular poderiam ser investigadas e os seus resultados debatidos.

No que diz respeito ao dimensionamento de túneis, poder-se-á tirar proveito de critérios algébricos mas avançados e rigorosos e dos softwares de análise numérica existentes, quer em duas quer em três dimensões, percorrendo um maior número de casos e procurando que estes correspondam, tanto quanto possível, às condições reais da sua construção. Procedendo a análises de fiabilidade de um conjunto alargado de problemas, tendo em consideração os seus vários modos de rotura, procurando, em última análise, construir uma base sólida que possa sustentar a eventual calibração de coeficientes parciais para estas estruturas ou, por outro lado, justificar a impossibilidade de aplicação desta via.

Em modelos mais complexos, poderá ser importante a consideração da variabilidade espacial dos parâmetros estatísticos, em várias direcções. No caso da análise geotécnica, será mais importante a consideração da variabilidade espacial em profundidade, uma vez que os parâmetros geotécnicos têm tendência a melhorar as suas propriedades em profundidade.

Ainda em relação à possibilidade de utilização da metodologia dos coeficientes parciais, poder-se-ia averiguar qual das abordagens previstas no Eurocódigo 7 seria de mais fácil e coerente utilização na abordagem fiabilística de segurança em engenharia de túneis.

Por último, sugere-se a consideração das características do suporte como variáveis de base (tomadas neste trabalho como determinísticas), em particular no que respeito aos diagramas de interacção esforço normal – momento flector (N-M) das secções de betão armado ou projectado.





## REFERÊNCIAS

- [1] EN, N., *Eurocode 0: Basis of structural design*. IPQ, 2009.
- [2] Schneider, J., *Introduction to safety and reliability of structures*. Vol. 5. 2006: IABSE.
- [3] Caldeira, L., *Apontamentos de segurança estrutural em geotecnia do diploma de formação avançada em geotecnica*. IST/LNEC/FCT-UNL.
- [4] Oliphant, J., *Controlling the safety of geotechnical structures: a proposed approach*. Geotechnical & Geological Engineering, 1992. **10**(4): p. 273-289.
- [5] Schweckendiek, T.; Courage, W. *Structural reliability analysis of deep excavations*, in *Plaxis Practice*. 2007, PLAXIS Bulletin. p. 9-13.
- [6] Nadim, F., *Tools and strategies for dealing with uncertainty in geotechnics*, in *Probabilistic methods in geotechnical engineering*. 2007, Springer. p. 71-95.
- [7] Guerra, N.M.C., *Análise de estruturas geotécnicas*. 2010, FCT-UNL.
- [8] Bowles, J.E., *Foundation analysis and design*. 1988.
- [9] Winterkorn, H.F.; Fang, H.-Y. *Foundation engineering handbook*. 1975.
- [10] Baecher, G.B., Christian, J.T. *Reliability and statistics in geotechnical engineering*. 2005: Wiley. com.
- [11] Kroese, D.P., Taimre, T.; Botev, Z.I. *Handbook of Monte Carlo methods*. Vol. 706. 2011: John Wiley & Sons.
- [12] Honjo, Y., Phoon, K. *Monte Carlo simulation in reliability analysis*, in *Reliability-based design in geotechnical engineering: Computations and applications*. 2008, Taylor & Francis. p. 169-191.
- [13] Ayupp, M., Haldas, A. *Illustration of the two-dimensional case of a linear limit state function and standardized normally distributed variables*. ICOSSAR'85, 1985: p. 17-26.
- [14] Hines, W.W., Montgomery, D.C., Borror, D.M.G.C.M. *Probability and statistics in engineering*. 2008: Wiley. com.
- [15] Rubinstein, R.Y., Kroese, D.P. *Simulation and the Monte Carlo method*. Vol. 707. 2011, New York: John Wiley & Sons Ltd.
- [16] Melchers, R.E., *Structural reliability analysis and prediction*. 2nd ed. 1999, England: John Wiley & Sons Ltd.
- [17] Hasofer, A.M., Lind, N.C. *An exact and invariant first order reliability format*. ASCE, J. Eng. Mech, 1974: p. 111-121.
- [18] Ditlevsen, O. *Structural reliability and the invariance problem*. 1973: University of Waterloo, Solid Mechanics Division.
- [19] Faber, M.H., *Basics of structural reliability*. DRAFT, Swiss Federal Institute of Technology ETH, Zürich, Switzerland.

- [20] Rackwitz, R., *Principles and methods for a practical probabilistic approach to structural safety*. Sub-Committee for First Order Reliability Concepts for Design Codes of the Joint CEBCECM-CIB-FIB-IABSE Committee on Structural Safety, 1975.
- [21] Ditlevsen, O., *Uncertainty modeling with applications to multidimensional civil engineering systems*. 1981: McGraw-Hill International Book Company.
- [22] Low, B., Tang, W.H. *Automated reliability based design of footing foundations*. in *Proceedings, ICOSSAR*. 1997.
- [23] Low, B., Tang, W.H. *Efficient reliability evaluation using spreadsheet*. Journal of engineering mechanics, 1997. **123**(7): p. 749-752.
- [24] Haldar, A., Mahadevan, S. *Reliability assessment using stochastic finite element analysis*. 2000: John Wiley & Sons.
- [25] Breitung, K., *Asymptotic approximations for multinormal integrals*. Journal of Engineering Mechanics, 1984. **110**(3): p. 357-366.
- [26] EN, N., *Eurocode7: Geotechnical design, Part 1: General rules*. IPQ.
- [27] Neves, L.C., Barbosa, A.R. *Segurança estrutural*. 2010, FCT-UNL.
- [28] Frank, R., et al., *Designers' guide to EN 1997-1 Eurocode 7: Geotechnical design-General rules*, ed. H. Gulvanessian. 2004: Thomas Telford.
- [29] Myers, R.H., Montgomery, D.C., Anderson-Cook, C.M. *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*. Vol. 705. 2009: Wiley.
- [30] Pula, W., Bauer, J. *Application of the response surface method*, in *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*. 2007, Springer. p. 147-168.
- [31] Huang, S., Liang, B., Phoon, K. *Geotechnical probabilistic analysis by collocation-based stochastic response surface method: An Excel add-in implementation*. Georisk, 2009. **3**(2): p. 75-86.
- [32] Bucher, C., Bourgund, U. *A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems*. Structural safety, 1990. **7**(1): p. 57-66.
- [33] Anderson, D.R., Sweeney, D.J., Williams, T.A. *Statistics for business and economics*. 2008: CengageBrain.com.
- [34] Babu, G.S., Srivastava, A. *Response Surface Methodology (RSM) in the Reliability analysis of geotechnical systems*, in *The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics*. 2008, IACMAG: Goa, India. p. 4147-4165.
- [35] Lü, Q., Sun, H.-Y., Low B.K. *Reliability analysis of ground-support interaction in circular tunnels using the response surface method*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011. **48**(8): p. 1329-1343.
- [36] Rebba, R., *Model validation and design under uncertainty*. 2005, Vanderbilt University.
- [37] Mahsuli, M., Haukaas, T. *Computer program for multimodel reliability and optimization analysis*. Journal of Computing in Civil Engineering, 2012. **27**(1): p. 87-98.
- [38] Brinkgreve, R., Broere, W., Waterman, D. *PLAXIS version 8 reference manual*. 2002, Netherlands: AA Balkema Publishers.

- [39] Dawson, E., Roth, W., Drescher, A. *Slope stability analysis by strength reduction*. Geotechnique, 1999. **49**(6): p. 835-840.
- [40] Roberto, F.J.d.O., *Análise comparativa dos métodos de equilíbrio limite e do método de redução da resistência ao corte – SSR method – para a avaliação da segurança em obras geotécnicas* 2009, IST.
- [41] Honjo, Y., Amatya, S. *Partial factors calibration based on reliability analyses for square footings on granular soils*. Géotechnique, 2005. **55**(6): p. 479-491.
- [42] Ingra, T.S., Baecher, G.B. *Uncertainty in bearing capacity of sands*. Journal of Geotechnical Engineering, 1983. **109**(7): p. 899-914.
- [43] Panet, M., et al., *The Convergence–Confinement Method*. AFTES–recommendations des Groupes de Travail, 2001.
- [44] Bieniawski, Z., *Classification of rock masses for engineering: the RMR system and future trends*. Hudson (edit. in chief) Comprehensive rock engineering, 1993. **3**: p. 553-573.
- [45] Antiga, A., Chiorboli, M., Coppola, P. *Convergence-confinement method: limit of application of the closed form solutions compared with numerical models*. in *ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Tunnelling (EURO: TUN 2007)*. Vienna. 2007.
- [46] Vlachopoulos, N., Diederichs, M. *Improved longitudinal displacement profiles for convergence confinement analysis of deep tunnels*. Rock mechanics and rock engineering, 2009. **42**(2): p. 131-146.
- [47] Serra, J.B., *Class Notes on Underground Excavations*. 2011, FCT-UNL.
- [48] Hoek, E., *Rock-Support Interaction analysis for tunnels in weak rock masses*. 2007.
- [49] Carranza-Torres, C., Fairhurst, C. *Application of the convergence-confinement method of tunnel design to rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion*. Tunnelling and Underground Space Technology, 2000. **15**(2): p. 187-213.
- [50] Carranza-Torres, C., Labuz, J. *Class Notes on Underground Excavations in Rock*. 2006: University of Minnesota, USA.
- [51] Melo, P.G.d., *Métodos simplificados de dimensionamento de túneis em solos*, 2003, IST.
- [52] Brinkgreve, R., Swolfs, W., Engin, E. *PLAXIS 2D Reference manual*. Delft University of Technology and PLAXIS bv The Netherlands, 2011.
- [53] Faber, M.H., Sørensen, J.D. *Reliability based code calibration*. in *JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration, Zurich*. 2002.
- [54] Friis-Hansen, P., Sørensen, J.D. *Reliability-based code calibration of partial safety factors*. 2002.
- [55] Vrouwenvelder, A., Siemes, A. *Probabilistic calibration procedure for the derivation of partial safety factors for the Netherlands building codes*. Heron, 1987. **32**(4): p. 9-29.
- [56] Phoon, K., *Towards reliability-based design for geotechnical engineering*. Special lecture for Korean Geotechnical Society, Seoul, 2004.
- [57] Gayton, N., et al., *Calibration methods for reliability-based design codes*. Structural Safety, 2004. **26**(1): p. 91-121.
- [58] Vrouwenvelder, T. *Reliability Based Code calibration The use of the JCSS Probabilistic Model Code*. in *Joint Committee of Structural Safety Workshop on Code Calibration*. 2002.

- [59] Friis-Hansen, P., Ditlevsen, O. *Methodology for calibration of partial safety factors: Software for automatic calibrations of partial safety factors*, in *Technical Report, MEK, Maritime Engineerig*. 1998, The Technical University of Denmark.
- [60] Li, H.-Z., Low, B.K. *Reliability analysis of circular tunnel under hydrostatic stress field*. Computers and Geotechnics, 2010. **37**(1): p. 50-58.

# ANEXOS

## ANEXO A

Resultados da aplicação do método das superfícies com base na expressão algébrica da capacidade de carga da fundação superficial.

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	15,08	17,56	12,61
$\phi$ (°)	20,66	22,73	18,60
$q_h$ (kN/m)	337,62	374,74	300,49
$q_v$ (kN/m)	1145,16	1235,91	1054,41

**A. 1 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (quociente) (3ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (quociente)
1	+	+	+	+	17,56	22,73	374,74	1235,91	0,341
2	+	+	-	-	17,56	22,73	300,49	1054,41	0,675
3	+	-	-	-	17,56	18,60	300,49	1054,41	0,113
4	+	-	+	-	17,56	18,60	374,74	1054,41	-0,062
5	-	+	+	+	12,61	22,73	374,74	1235,91	0,065
6	-	+	-	+	12,61	22,73	300,49	1235,91	0,263
7	-	-	+	-	12,61	18,60	374,74	1054,41	-0,282
8	-	-	-	-	12,61	18,60	300,49	1054,41	-0,131
9	+	+	+	-	17,56	22,73	374,74	1054,41	0,390
10	+	-	+	+	17,56	18,60	374,74	1235,91	-0,103
11	-	-	-	+	12,61	18,60	300,49	1235,91	-0,190
12	-	+	-	-	12,61	22,73	300,49	1054,41	0,344
13	+	-	-	+	17,56	18,60	300,49	1235,91	0,031
14	-	-	+	+	12,61	18,60	374,74	1235,91	-0,307
15	-	+	+	-	12,61	22,73	374,74	1054,41	0,092
16	+	+	-	+	17,56	22,73	300,49	1235,91	0,562

**A. 2 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (quociente) (2ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	14,43538	15,6728842	13,19788
$\phi$ (°)	20,43732	21,4685714	19,40607
$q_h$ (kN/m)	351,6773	370,239818	333,1148
$q_v$ (kN/m)	1185,39	1230,76535	1140,015

**A. 3 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (quociente) (3ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (quociente)
1	+	+	+	+	15,67288	19,40607	370,2398176	1230,765	0,098903
2	+	+	-	-	15,67288	19,40607	333,1148176	1140,015	0,224206
3	+	-	-	-	15,67288	19,40607	333,1148176	1140,015	-0,00439
4	+	-	+	-	15,67288	19,40607	370,2398176	1140,015	-0,08357
5	-	+	+	+	13,19788	19,40607	370,2398176	1230,765	-0,02748
6	-	+	-	+	13,19788	19,40607	333,1148176	1230,765	0,057168
7	-	-	+	-	13,19788	19,40607	370,2398176	1140,015	-0,19675
8	-	-	-	-	13,19788	19,40607	333,1148176	1140,015	-0,12311
9	+	+	+	-	15,67288	19,40607	370,2398176	1140,015	0,122542
10	+	-	+	+	15,67288	19,40607	370,2398176	1230,765	-0,10489
11	-	-	-	+	13,19788	19,40607	333,1148176	1230,765	-0,14828
12	-	+	-	-	13,19788	19,40607	333,1148176	1140,015	0,086162
13	+	-	-	+	15,67288	19,40607	333,1148176	1230,765	-0,03494
14	-	-	+	+	13,19788	19,40607	370,2398176	1230,765	-0,21352
15	-	+	+	-	13,19788	19,40607	370,2398176	1140,015	-0,00916
16	+	+	-	+	15,67288	19,40607	333,1148176	1230,765	0,188932

**A. 4 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (quociente) (3ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	14,44	15,67716	13,20216
$\phi$ (°)	20,55	21,57934	19,51684
$q_h$ (kN/m)	354,35	372,9136	335,7886
$q_v$ (kN/m)	1189,40	1234,777	1144,027

**A. 5 - Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (cargas) (2ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\varphi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\varphi$	$q_h$	$q_v$	FS (cargas)
1	+	+	+	+	15,68	21,58	372,91	1234,78	1,092
2	+	+	-	-	15,68	21,58	335,79	1144,03	0,675
3	+	-	-	-	15,68	19,52	335,79	1144,03	0,113
4	+	-	+	-	15,68	19,52	372,91	1144,03	-0,062
5	-	+	+	+	13,20	21,58	372,91	1234,78	0,065
6	-	+	-	+	13,20	21,58	335,79	1234,78	0,263
7	-	-	+	-	13,20	19,52	372,91	1144,03	-0,282
8	-	-	-	-	13,20	19,52	335,79	1144,03	-0,131
9	+	+	+	-	15,68	21,58	372,91	1144,03	0,390
10	+	-	+	+	15,68	19,52	372,91	1234,78	-0,103
11	-	-	-	+	13,20	19,52	335,79	1234,78	-0,190
12	-	+	-	-	13,20	21,58	335,79	1144,03	0,344
13	+	-	-	+	15,68	19,52	335,79	1234,78	0,031
14	-	-	+	+	13,20	19,52	372,91	1234,78	-0,307
15	-	+	+	-	13,20	21,58	372,91	1144,03	0,092
16	+	+	-	+	15,68	21,58	335,79	1234,78	0,562

**A. 6 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (cargas) (2ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	14,32	14,93429	13,69679
$\phi$ (°)	20,61	21,12932	20,09807
$q_h$ (kN/m)	351,28	360,5651	342,0026
$q_v$ (kN/m)	1186,97	1209,659	1164,284

**A. 7 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (cargas) (3ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (cargas)
1	+	+	+	+	14,93	21,13	360,57	1209,66	1,047
2	+	+	-	-	14,93	21,13	342,00	1164,28	0,675
3	+	-	-	-	14,93	20,10	342,00	1164,28	0,113
4	+	-	+	-	14,93	20,10	360,57	1164,28	-0,062
5	-	+	+	+	13,70	21,13	360,57	1209,66	0,065
6	-	+	-	+	13,70	21,13	342,00	1209,66	0,263
7	-	-	+	-	13,70	20,10	360,57	1164,28	-0,282
8	-	-	-	-	13,70	20,10	342,00	1164,28	-0,131
9	+	+	+	-	14,93	21,13	360,57	1164,28	0,390
10	+	-	+	+	14,93	20,10	360,57	1209,66	-0,103
11	-	-	-	+	13,70	20,10	342,00	1209,66	-0,190
12	-	+	-	-	13,70	21,13	342,00	1164,28	0,344
13	+	-	-	+	14,93	20,10	342,00	1209,66	0,031
14	-	-	+	+	13,70	20,10	360,57	1209,66	-0,307
15	-	+	+	-	13,70	21,13	360,57	1164,28	0,092
16	+	+	-	+	14,93	21,13	342,00	1209,66	0,562

**A. 8 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (cargas) (3ª it)**



Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	14,20	16,67445	11,72445
$\phi$ (°)	21,54	23,59861	19,47361
$q_h$ (kN/m)	357,26	394,3871	320,1371
$q_v$ (kN/m)	1197,88	1288,634	1107,134

**A. 9 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (parâmetros) (2ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (parâmetros resistentes) = $\sum M_{sf}$
1	+	+	+	+	16,67	23,60	394,39	1288,63	1,110
2	+	+	-	-	16,67	23,60	320,14	1107,13	1,203
3	+	-	-	-	16,67	19,47	320,14	1107,13	1,036
4	+	-	+	-	16,67	19,47	394,39	1107,13	0,968
5	-	+	+	+	11,72	23,60	394,39	1288,63	1,018
6	-	+	-	+	11,72	23,60	320,14	1288,63	1,081
7	-	-	+	-	11,72	19,47	394,39	1107,13	0,874
8	-	-	-	-	11,72	19,47	320,14	1107,13	0,938
9	+	+	+	-	16,67	23,60	394,39	1107,13	1,122
10	+	-	+	+	16,67	19,47	394,39	1288,63	0,953
11	-	-	-	+	11,72	19,47	320,14	1288,63	0,918
12	-	+	-	-	11,72	23,60	320,14	1107,13	1,101
13	+	-	-	+	16,67	19,47	320,14	1288,63	1,008
14	-	-	+	+	11,72	19,47	394,39	1288,63	0,866
15	-	+	+	-	11,72	23,60	394,39	1107,13	1,024
16	+	+	-	+	16,67	23,60	320,14	1288,63	1,174

**A. 10 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (parâmetros) (2ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	14,27	15,50786	13,03286
$\phi$ (°)	20,73	21,75874	19,69624
$q_h$ (kN/m)	351,78	370,3437	333,2187
$q_v$ (kN/m)	1185,62	1230,998	1140,248

**A. 11 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (parâmetros) (3ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (parâmetros resistentes) = $\sum M_{sf}$
1	+	+	+	+	15,51	21,76	370,34	1231,00	1,044
2	+	+	-	-	15,51	21,76	333,22	1140,25	1,088
3	+	-	-	-	15,51	19,70	333,22	1140,25	1,006
4	+	-	+	-	15,51	19,70	370,34	1140,25	0,974
5	-	+	+	+	13,03	21,76	370,34	1231,00	0,998
6	-	+	-	+	13,03	21,76	333,22	1231,00	1,029
7	-	-	+	-	13,03	19,70	370,34	1140,25	0,927
8	-	-	-	-	13,03	19,70	333,22	1140,25	0,958
9	+	+	+	-	15,51	21,76	370,34	1140,25	1,052
10	+	-	+	+	15,51	19,70	370,34	1231,00	0,965
11	-	-	-	+	13,03	19,70	333,22	1231,00	0,948
12	-	+	-	-	13,03	21,76	333,22	1140,25	1,039
13	+	-	-	+	15,51	19,70	333,22	1231,00	0,994
14	-	-	+	+	13,03	19,70	370,34	1231,00	0,920
15	-	+	+	-	13,03	21,76	370,34	1140,25	1,004
16	+	+	-	+	15,51	21,76	333,22	1231,00	1,076

**A. 12 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à expressão algébrica → FS (parâmetros) (3ª it)**

## ANEXO B

Resultados da aplicação do método das superfícies de resposta aplicado à fundação superficial com base no modelo numérico

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	15,00	19,95	10,05
$\phi$ (°)	25,00	29,125	20,875
$q_h$ (kN/m)	300,00	374,25	225,75
$q_v$ (kN/m)	1100,00	1281,5	918,5

**B. 1 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (cargas) (1ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (cargas)
1	+	+	+	+	19,95	29,13	374,25	1281,50	1,941
2	+	+	-	-	19,95	29,13	225,75	918,50	3,283
3	+	-	-	-	19,95	20,88	225,75	918,50	1,593
4	+	-	+	-	19,95	20,88	374,25	918,50	0,927
5	-	+	+	+	10,05	29,13	374,25	1281,50	1,403
6	-	+	-	+	10,05	29,13	225,75	1281,50	2,333
7	-	-	+	-	10,05	20,88	374,25	918,50	0,602
8	-	-	-	-	10,05	20,88	225,75	918,50	1,043
9	+	+	+	-	19,95	29,13	374,25	918,50	1,741
10	+	-	+	+	19,95	20,88	374,25	1281,50	0,969
11	-	-	-	+	10,05	20,88	225,75	1281,50	0,952
12	-	+	-	-	10,05	29,13	225,75	918,50	2,446
13	+	-	-	+	19,95	20,88	225,75	1281,50	1,460
14	-	-	+	+	10,05	20,88	374,25	1281,50	0,633
15	-	+	+	-	10,05	29,13	374,25	918,50	1,202
16	+	+	-	+	19,95	29,13	225,75	1281,50	3,122

**B. 2 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (cargas) (1ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	15,02	17,49278	12,54278
$\phi$ (°)	22,59	24,65578	20,53078
$q_h$ (kN/m)	344,02	381,1454	306,8954
$q_v$ (kN/m)	1154,09	1244,843	1063,343

**B. 3 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (cargas) (2ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\varphi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\varphi$	$q_h$	$q_v$	FS (cargas)
1	+	+	+	+	17,49	24,66	381,15	1244,84	1,206
2	+	+	-	-	17,49	24,66	306,90	1063,34	1,502
3	+	-	-	-	17,49	20,53	306,90	1063,34	1,052
4	+	-	+	-	17,49	20,53	381,15	1063,34	0,836
5	-	+	+	+	12,54	24,66	381,15	1244,84	0,994
6	-	+	-	+	12,54	24,66	306,90	1244,84	1,265
7	-	-	+	-	12,54	20,53	381,15	1063,34	0,675
8	-	-	-	-	12,54	20,53	306,90	1063,34	0,850
9	+	+	+	-	17,49	24,66	381,15	1063,34	1,163
10	+	-	+	+	17,49	20,53	381,15	1244,84	0,843
11	-	-	-	+	12,54	20,53	306,90	1244,84	0,836
12	-	+	-	-	12,54	24,66	306,90	1063,34	1,244
13	+	-	-	+	17,49	20,53	306,90	1244,84	1,040
14	-	-	+	+	12,54	20,53	381,15	1244,84	0,682
15	-	+	+	-	12,54	24,66	381,15	1063,34	0,961
16	+	+	-	+	17,49	24,66	306,90	1244,84	1,523

**B. 4 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (cargas) (2ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	14,78	16,0205	13,5455
$\phi$ (°)	22,24	23,2714	21,2089
$q_h$ (kN/m)	342,93	361,4901	324,3651
$q_v$ (kN/m)	1148,02	1193,393	1102,643

**B. 5 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (cargas) (3ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\varphi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\varphi$	$q_h$	$q_v$	FS (cargas)
1	+	+	+	+	16,02	23,27	361,49	1193,39	1,066
2	+	+	-	-	16,02	23,27	324,37	1102,64	1,187
3	+	-	-	-	16,02	21,21	324,37	1102,64	0,994
4	+	-	+	-	16,02	21,21	361,49	1102,64	0,886
5	-	+	+	+	13,55	23,27	361,49	1193,39	0,964
6	-	+	-	+	13,55	23,27	324,37	1193,39	1,084
7	-	-	+	-	13,55	21,21	361,49	1102,64	0,800
8	-	-	-	-	13,55	21,21	324,37	1102,64	0,894
9	+	+	+	-	16,02	23,27	361,49	1102,64	1,054
10	+	-	+	+	16,02	21,21	361,49	1193,39	0,894
11	-	-	-	+	13,55	21,21	324,37	1193,39	0,895
12	-	+	-	-	13,55	23,27	324,37	1102,64	1,081
13	+	-	-	+	16,02	21,21	324,37	1193,39	0,993
14	-	-	+	+	13,55	21,21	361,49	1193,39	0,801
15	-	+	+	-	13,55	23,27	361,49	1102,64	0,957
16	+	+	-	+	16,02	23,27	324,37	1193,39	1,195

**B. 6 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (cargas) (3ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	15,00	19,95	10,05
$\phi$ (°)	25,00	29,125	20,875
$q_h$ (kN/m)	300,00	374,25	225,75
$q_v$ (kN/m)	1100,00	1281,5	918,5

**B. 7 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (parâmetros) (1ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (parâmetros resistentes) = $\sum$ Msf)
1	+	+	+	+	19,95	29,13	374,25	1281,50	1,308
2	+	+	+	-	19,95	29,13	374,25	918,50	1,265
3	+	+	-	-	19,95	29,13	225,75	918,50	1,607
4	+	+	-	+	19,95	29,13	225,75	1281,50	1,542
5	+	-	+	+	19,95	20,88	374,25	1281,50	0,993
6	+	-	+	-	19,95	20,88	374,25	918,50	0,971
7	+	-	-	-	19,95	20,88	225,75	918,50	1,236
8	+	-	-	+	19,95	20,88	225,75	1281,50	1,169
9	-	-	+	+	10,05	20,88	374,25	1281,50	0,836
10	-	-	+	-	10,05	20,88	374,25	918,50	0,800
11	-	-	-	-	10,05	20,88	225,75	918,50	1,019
12	-	-	-	+	10,05	20,88	225,75	1281,50	0,985
13	-	+	+	+	10,05	29,13	374,25	1281,50	1,141
14	-	+	+	-	10,05	29,13	374,25	918,50	1,081
15	-	+	-	-	10,05	29,13	225,75	918,50	1,385
16	-	+	-	+	10,05	29,13	225,75	1281,50	1,344

**B. 8 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (parâmetros) (1ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	14,68	17,15429	12,20429
$\phi$ (°)	22,78	24,83979	20,71479
$q_h$ (kN/m)	342,19	379,3166	305,0666
$q_v$ (kN/m)	1153,50	1244,25	1062,75

**B. 9 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (parâmetros) (2ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (parâmetros resistentes) = $\sum$ Msf)
1	+	+	+	+	17,15	24,84	379,32	1244,25	1,089
2	+	+	+	-	17,15	24,84	379,32	1062,75	1,074
3	+	+	-	-	17,15	24,84	305,07	1062,75	1,193
4	+	+	-	+	17,15	24,84	305,07	1244,25	1,188
5	+	-	+	+	17,15	20,71	379,32	1244,25	0,939
6	+	-	+	-	17,15	20,71	379,32	1062,75	0,929
7	+	-	-	-	17,15	20,71	305,07	1062,75	1,032
8	+	-	-	+	17,15	20,71	305,07	1244,25	1,025
9	-	-	+	+	12,20	20,71	379,32	1244,25	0,861
10	-	-	+	-	12,20	20,71	379,32	1062,75	0,847
11	-	-	-	-	12,20	20,71	305,07	1062,75	0,940
12	-	-	-	+	12,20	20,71	305,07	1244,25	0,938
13	-	+	+	+	12,20	24,84	379,32	1244,25	1,008
14	-	+	+	-	12,20	24,84	379,32	1062,75	0,990
15	-	+	-	-	12,20	24,84	305,07	1062,75	1,100
16	-	+	-	+	12,20	24,84	305,07	1244,25	1,097

**B. 10 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (parâmetros) (2ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	14,72	15,96141	13,48641
$\phi$ (°)	22,34	23,37261	21,31011
$q_h$ (kN/m)	341,22	359,7798	322,6548
$q_v$ (kN/m)	1146,37	1191,747	1100,997

**B. 11 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (parâmetros) (3ª it)**

Nº	Combinações				Valores de entrada				Resposta
	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	$c$	$\phi$	$q_h$	$q_v$	FS (parâmetros resistentes) = $\sum Msf$
1	+	+	+	+	15,96	23,37	359,78	1191,75	1,038
2	+	+	+	-	15,96	23,37	359,78	1101,00	1,036
3	+	+	-	-	15,96	23,37	322,65	1101,00	1,089
4	+	+	-	+	15,96	23,37	322,65	1191,75	1,085
5	+	-	+	+	15,96	21,31	359,78	1191,75	0,962
6	+	-	+	-	15,96	21,31	359,78	1101,00	0,959
7	+	-	-	-	15,96	21,31	322,65	1101,00	1,008
8	+	-	-	+	15,96	21,31	322,65	1191,75	1,008
9	-	-	+	+	13,49	21,31	359,78	1191,75	0,922
10	-	-	+	-	13,49	21,31	359,78	1101,00	0,918
11	-	-	-	-	13,49	21,31	322,65	1101,00	0,966
12	-	-	-	+	13,49	21,31	322,65	1191,75	0,964
13	-	+	+	+	13,49	23,37	359,78	1191,75	0,998
14	-	+	+	-	13,49	23,37	359,78	1101,00	0,993
15	-	+	-	-	13,49	23,37	322,65	1101,00	1,043
16	-	+	-	+	13,49	23,37	322,65	1191,75	1,042

**B. 12 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica → FS (parâmetros) (3ª it)**



## ANEXO C

Resultados da aplicação do método das superfícies de resposta ao túnel nas condições do método de convergência-confinamento, considerando as relações algébricas.

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	280,00	379	280	181
$\phi'$ (°)	23,70	29,31	23,7	18,09
$E$ (MPa)	1185,00	1729,5	1185	640,5

**C. 1 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X1) (1ª it)**

Nº	Combinações			Valores de entrada						Resposta
	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$g(X1)$
1	+	+	+	379	143641	0,561403	0,315174	1729,5	2991170	0,432561
2	+	+	-	379	143641	0,561403	0,315174	640,5	410240,3	0,076876
3	+	+	med	379	143641	0,561403	0,315174	1185	1404225	0,261686
4	+	-	+	379	143641	0,326657	0,106705	1729,5	2991170	0,093754
5	+	-	-	379	143641	0,326657	0,106705	1185	1404225	0,012253
6	+	-	med	379	143641	0,438969	0,192694	1729,5	2991170	0,276775
7	+	med	+	379	143641	0,438969	0,192694	640,5	410240,3	0,02004
8	+	med	-	379	143641	0,438969	0,192694	1185	1404225	0,153024
9	+	med	med	181	32761	0,561403	0,315174	1729,5	2991170	0,588562
10	-	+	+	181	32761	0,561403	0,315174	640,5	410240,3	0,374521
11	-	+	-	181	32761	0,561403	0,315174	1185	1404225	0,484947
12	-	+	med	181	32761	0,326657	0,106705	1729,5	2991170	0,110116
13	-	-	+	181	32761	0,326657	0,106705	640,5	410240,3	0,044204
14	-	-	-	181	32761	0,326657	0,106705	1185	1404225	0,07783
15	-	-	med	181	32761	0,438969	0,192694	1729,5	2991170	0,372395
16	-	med	+	181	32761	0,438969	0,192694	640,5	410240,3	0,244234
17	-	med	-	181	32761	0,438969	0,192694	1185	1404225	0,309963
18	-	med	med	280	78400	0,561403	0,315174	1729,5	2991170	0,470597
19	med	+	+	280	78400	0,561403	0,315174	640,5	410240,3	0,180496
20	med	+	-	280	78400	0,561403	0,315174	1185	1404225	0,330997
21	med	+	med	280	78400	0,326657	0,106705	1729,5	2991170	0,085261
22	med	-	+	280	78400	0,326657	0,106705	1185	1404225	0,029088
23	med	-	-	280	78400	0,438969	0,192694	1729,5	2991170	0,292222
24	med	-	med	280	78400	0,438969	0,192694	640,5	410240,3	0,097811
25	med	med	+	280	78400	0,438969	0,192694	1185	1404225	0,198217

**C. 2 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X1) (1ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	325,28	374,7773097	325,2773097	275,7773097
$\phi'$ (°)	19,77	22,57441663	19,76941663	16,96441663
$E$ (MPa)	992,14	1264,390784	992,1407841	719,8907841

**C. 3 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X1) (2ª it)**

Nº	Combinações			Valores de entrada						Resposta
	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$g(X1)$
1	+	+	+	374,7773	140458	0,415736	0,172836	1264,391	1598684	0,145198
2	+	+	-	374,7773	140458	0,415736	0,172836	719,8908	518242,7	0,024757
3	+	+	med	374,7773	140458	0,415736	0,172836	992,1408	984343,3	0,086163
4	+	-	+	374,7773	140458	0,305052	0,093057	1264,391	1598684	-0,00854
5	+	-	-	374,7773	140458	0,305052	0,093057	719,8908	518242,7	-0,08531
6	+	-	med	374,7773	140458	0,305052	0,093057	992,1408	984343,3	-0,04626
7	+	med	+	374,7773	140458	0,359419	0,129182	1264,391	1598684	0,07182
8	+	med	-	374,7773	140458	0,359419	0,129182	719,8908	518242,7	-0,02583
9	+	med	med	374,7773	140458	0,359419	0,129182	992,1408	984343,3	0,023898
10	-	+	+	275,7773	76053,12	0,415736	0,172836	1264,391	1598684	0,182449
11	-	+	-	275,7773	76053,12	0,415736	0,172836	719,8908	518242,7	0,093383
12	-	+	med	275,7773	76053,12	0,415736	0,172836	992,1408	984343,3	0,138685
13	-	-	+	275,7773	76053,12	0,305052	0,093057	1264,391	1598684	-0,00124
14	-	-	-	275,7773	76053,12	0,305052	0,093057	719,8908	518242,7	-0,05221
15	-	-	med	275,7773	76053,12	0,305052	0,093057	992,1408	984343,3	-0,02636
16	-	med	+	275,7773	76053,12	0,359419	0,129182	1264,391	1598684	0,095176
17	-	med	-	275,7773	76053,12	0,359419	0,129182	719,8908	518242,7	0,026466
18	-	med	med	275,7773	76053,12	0,359419	0,129182	992,1408	984343,3	0,061363
19	med	+	+	325,2773	105805,3	0,415736	0,172836	1264,391	1598684	0,159002
20	med	+	-	325,2773	105805,3	0,415736	0,172836	719,8908	518242,7	0,054048
21	med	+	med	325,2773	105805,3	0,415736	0,172836	992,1408	984343,3	0,107506
22	med	-	+	325,2773	105805,3	0,305052	0,093057	1264,391	1598684	-0,00744
23	med	-	-	325,2773	105805,3	0,305052	0,093057	719,8908	518242,7	-0,07114
24	med	-	med	325,2773	105805,3	0,305052	0,093057	992,1408	984343,3	-0,03878
25	med	med	+	325,2773	105805,3	0,359419	0,129182	1264,391	1598684	0,079605
26	med	med	-	325,2773	105805,3	0,359419	0,129182	719,8908	518242,7	-0,00359
27	med	med	med	325,2773	105805,3	0,359419	0,129182	992,1408	984343,3	0,038731

**C. 4 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X1) (2ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	336,64	361,3891	336,6391	311,8891
$\phi'$ (°)	18,74	20,13788	18,73538	17,33288
$E$ (MPa)	947,24	1083,367	947,2418	811,1168

**C. 5 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X1) (3ª it)**

Nº	Combinações			Valores de entrada						Resposta
	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$g(X1)$
1	+	+	+	361,3891	130602,1	0,366698	0,134467	1083,367	1173684	0,052211
2	+	+	-	361,3891	130602,1	0,366698	0,134467	811,1168	657910,5	0,003654
3	+	+	med	361,3891	130602,1	0,366698	0,134467	947,2418	897267	0,028161
4	+	-	+	361,3891	130602,1	0,312095	0,097403	1083,367	1173684	-0,02213
5	+	-	-	361,3891	130602,1	0,312095	0,097403	811,1168	657910,5	-0,06021
6	+	-	med	361,3891	130602,1	0,312095	0,097403	947,2418	897267	-0,04101
7	+	med	+	361,3891	130602,1	0,33917	0,115036	1083,367	1173684	0,016002
8	+	med	-	361,3891	130602,1	0,33917	0,115036	811,1168	657910,5	-0,02718
9	+	med	med	361,3891	130602,1	0,33917	0,115036	947,2418	897267	-0,00539
10	-	+	+	311,8891	97274,8	0,366698	0,134467	1083,367	1173684	0,067416
11	-	+	-	311,8891	97274,8	0,366698	0,134467	811,1168	657910,5	0,026231
12	-	+	med	311,8891	97274,8	0,366698	0,134467	947,2418	897267	0,047004
13	-	-	+	311,8891	97274,8	0,312095	0,097403	1083,367	1173684	-0,01449
14	-	-	-	311,8891	97274,8	0,312095	0,097403	811,1168	657910,5	-0,04592
15	-	-	med	311,8891	97274,8	0,312095	0,097403	947,2418	897267	-0,03008
16	-	med	+	311,8891	97274,8	0,33917	0,115036	1083,367	1173684	0,027572
17	-	med	-	311,8891	97274,8	0,33917	0,115036	811,1168	657910,5	-0,00858
18	-	med	med	311,8891	97274,8	0,33917	0,115036	947,2418	897267	0,009648
19	med	+	+	336,6391	113325,9	0,366698	0,134467	1083,367	1173684	0,058893
20	med	+	-	336,6391	113325,9	0,366698	0,134467	811,1168	657910,5	0,014015
21	med	+	med	336,6391	113325,9	0,366698	0,134467	947,2418	897267	0,036659
22	med	-	+	336,6391	113325,9	0,312095	0,097403	1083,367	1173684	-0,01895
23	med	-	-	336,6391	113325,9	0,312095	0,097403	811,1168	657910,5	-0,05369
24	med	-	med	336,6391	113325,9	0,312095	0,097403	947,2418	897267	-0,03617
25	med	med	+	336,6391	113325,9	0,33917	0,115036	1083,367	1173684	0,020994
26	med	med	-	336,6391	113325,9	0,33917	0,115036	811,1168	657910,5	-0,01867
27	med	med	med	336,6391	113325,9	0,33917	0,115036	947,2418	897267	0,001336

**C. 6 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X1) (3ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	280,00	379	280	181
$\phi'$ (°)	23,70	29,31	23,7	18,09
$E$ (MPa)	1185,00	1729,5	1185	640,5

**C. 7 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X2) (1ª it)**

Nº	Combinações			Valores de entrada						Resposta
	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$g(X2)$
1	+	+	+	379	143641	0,561403	0,315174	1729,5	2991170	0,017142
2	+	+	-	379	143641	0,561403	0,315174	640,5	410240,3	0,013188
3	+	+	med	379	143641	0,561403	0,315174	1185	1404225	0,016043
4	+	-	+	379	143641	0,326657	0,106705	1729,5	2991170	0,015671
5	+	-	-	379	143641	0,326657	0,106705	640,5	410240,3	0,009013
6	+	-	med	379	143641	0,326657	0,106705	1185	1404225	0,01401
7	+	med	+	379	143641	0,438969	0,192694	1729,5	2991170	0,016586
8	+	med	-	379	143641	0,438969	0,192694	640,5	410240,3	0,011855
9	+	med	med	379	143641	0,438969	0,192694	1185	1404225	0,015279
10	-	+	+	181	32761	0,561403	0,315174	1729,5	2991170	0,01586
11	-	+	-	181	32761	0,561403	0,315174	640,5	410240,3	0,009742
12	-	+	med	181	32761	0,561403	0,315174	1185	1404225	0,01419
13	-	-	+	181	32761	0,326657	0,106705	1729,5	2991170	0,011653
14	-	-	-	181	32761	0,326657	0,106705	640,5	410240,3	-0,00114
15	-	-	med	181	32761	0,326657	0,106705	1185	1404225	0,008184
16	-	med	+	181	32761	0,438969	0,192694	1729,5	2991170	0,014369
17	-	med	-	181	32761	0,438969	0,192694	640,5	410240,3	0,005896
18	-	med	med	181	32761	0,438969	0,192694	1185	1404225	0,012066
19	med	+	+	280	78400	0,561403	0,315174	1729,5	2991170	0,016705
20	med	+	-	280	78400	0,561403	0,315174	640,5	410240,3	0,012039
21	med	+	med	280	78400	0,561403	0,315174	1185	1404225	0,015419
22	med	-	+	280	78400	0,326657	0,106705	1729,5	2991170	0,014393
23	med	-	-	280	78400	0,326657	0,106705	640,5	410240,3	0,005863
24	med	-	med	280	78400	0,326657	0,106705	1185	1404225	0,012169
25	med	med	+	280	78400	0,438969	0,192694	1729,5	2991170	0,015858
26	med	med	-	280	78400	0,438969	0,192694	640,5	410240,3	0,00993
27	med	med	med	280	78400	0,438969	0,192694	1185	1404225	0,014234

**C. 8 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X2) (1ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	257,55	307,0504	257,5504	208,0504
$\phi'$ (°)	22,03	24,83426	22,02926	19,22426
$E$ (MPa)	97,27	369,521	97,27097	-174,979

**C. 9 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→  $g(X_2)$  (2ª it)**

(Nota: como o valor inferior, no módulo de deformabilidade, é negativo, os cálculos em que este entra não são realizados).

Nº	Combinações			Valores de entrada						Resposta
	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$g(X_2)$
1	+	+	+	307,0504	94279,97	0,462791	0,214175	369,521	136545,7	0,005044
2	+	+	-	307,0504	94279,97	0,462791	0,214175	97,27097	9461,641	-0,03583
3	+	+	med	307,0504	94279,97	0,348712	0,1216	369,521	136545,7	-0,00074
4	+	-	+	307,0504	94279,97	0,348712	0,1216	97,27097	9461,641	-0,05879
5	+	-	-	307,0504	94279,97	0,40462	0,163718	369,521	136545,7	0,002857
6	+	-	med	307,0504	94279,97	0,40462	0,163718	97,27097	9461,641	-0,04512
7	+	med	+	208,0504	43284,99	0,462791	0,214175	369,521	136545,7	3,71E-05
8	+	med	-	208,0504	43284,99	0,462791	0,214175	97,27097	9461,641	-0,05362
9	+	med	med	208,0504	43284,99	0,348712	0,1216	369,521	136545,7	-0,00876
10	-	+	+	208,0504	43284,99	0,348712	0,1216	97,27097	9461,641	-0,08671
11	-	+	-	208,0504	43284,99	0,40462	0,163718	369,521	136545,7	-0,00369
12	-	+	med	208,0504	43284,99	0,40462	0,163718	97,27097	9461,641	-0,06766
13	-	-	+	257,5504	66332,23	0,462791	0,214175	369,521	136545,7	0,003013
14	-	-	-	257,5504	66332,23	0,462791	0,214175	97,27097	9461,641	-0,04215
15	-	-	med	257,5504	66332,23	0,348712	0,1216	369,521	136545,7	-0,0037
16	-	med	+	257,5504	66332,23	0,348712	0,1216	97,27097	9461,641	-0,07003
17	-	med	-	257,5504	66332,23	0,40462	0,163718	369,521	136545,7	0,00029
18	-	med	med	257,5504	66332,23	0,40462	0,163718	97,27097	9461,641	-0,05238

**C. 10 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→  $g(X_2)$  (2ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	275,86	300,6148	275,8648	251,1148
$\phi'$ (°)	23,25	24,6512	23,2487	21,8462
$E$ (MPa)	345,00	481,1202	344,9952	208,8702

**C. 11 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X2) (3ª it)**

Nº	Combinações			Valores de entrada						Resposta
	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$g(X2)$
1	+	+	+	300,6148	90369,25	0,458917	0,210605	481,1202	231476,6	0,008055
2	+	+	-	300,6148	90369,25	0,458917	0,210605	208,8702	43626,74	-0,00651
3	+	+	med	300,6148	90369,25	0,458917	0,210605	344,9952	119021,7	0,003667
4	+	-	+	300,6148	90369,25	0,400907	0,160727	481,1202	231476,6	0,006367
5	+	-	-	300,6148	90369,25	0,400907	0,160727	208,8702	43626,74	-0,01107
6	+	-	med	300,6148	90369,25	0,400907	0,160727	344,9952	119021,7	0,001189
7	+	med	+	300,6148	90369,25	0,429607	0,184562	481,1202	231476,6	0,007269
8	+	med	-	300,6148	90369,25	0,429607	0,184562	208,8702	43626,74	-0,00858
9	+	med	med	300,6148	90369,25	0,429607	0,184562	344,9952	119021,7	0,00258
10	-	+	+	251,1148	63058,64	0,458917	0,210605	481,1202	231476,6	0,006399
11	-	+	-	251,1148	63058,64	0,458917	0,210605	208,8702	43626,74	-0,01027
12	-	+	med	251,1148	63058,64	0,458917	0,210605	344,9952	119021,7	0,001346
13	-	-	+	251,1148	63058,64	0,400907	0,160727	481,1202	231476,6	0,004172
14	-	-	-	251,1148	63058,64	0,400907	0,160727	208,8702	43626,74	-0,01534
15	-	-	med	251,1148	63058,64	0,400907	0,160727	344,9952	119021,7	-0,00174
16	-	med	+	251,1148	63058,64	0,429607	0,184562	481,1202	231476,6	0,005366
17	-	med	-	251,1148	63058,64	0,429607	0,184562	208,8702	43626,74	-0,01262
18	-	med	med	251,1148	63058,64	0,429607	0,184562	344,9952	119021,7	-8,5E-05
19	med	+	+	275,8648	76101,38	0,458917	0,210605	481,1202	231476,6	0,007301
20	med	+	-	275,8648	76101,38	0,458917	0,210605	208,8702	43626,74	-0,00817
21	med	+	med	275,8648	76101,38	0,458917	0,210605	344,9952	119021,7	0,00261
22	med	-	+	275,8648	76101,38	0,400907	0,160727	481,1202	231476,6	0,005371
23	med	-	-	275,8648	76101,38	0,400907	0,160727	208,8702	43626,74	-0,01274
24	med	-	med	275,8648	76101,38	0,400907	0,160727	344,9952	119021,7	-6,2E-05
25	med	med	+	275,8648	76101,38	0,429607	0,184562	481,1202	231476,6	0,006404
26	med	med	-	275,8648	76101,38	0,429607	0,184562	208,8702	43626,74	-0,0102
27	med	med	med	275,8648	76101,38	0,429607	0,184562	344,9952	119021,7	0,001368

**C. 12 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado ao MCC→ g(X2) (3ªit)**

## ANEXO D

Resultados da aplicação do método das superfícies de resposta ao túnel nas condições do método de convergência-confinamento, com análise numérica.

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	1500,00	2044,5	1500	955,5
$\phi'$ (°)	23,00	28,313	23	17,687
$E$ (MPa)	1800,00	2631,6	1800	968,4

**D. 1 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado na análise numérica →  $g(X1)$  (1ª it)**

Nº	Combinações			Valores de entrada									Resposta
	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$c' * tg(\phi')$	$E * tg(\phi')$	$c' * E$	$g(X1)$
1	+	+	+	2044,5	4E+06	0,5387	0,2902	2631,6	7E+06	1101,4	1417,7	5E+06	0,4737
2	+	+	-	2044,5	4E+06	0,5387	0,2902	968,4	937799	1101,4	521,71	2E+06	-0,024
3	+	+	med	2044,5	4E+06	0,5387	0,2902	1800	3E+06	1101,4	969,73	4E+06	0,2230
4	+	-	+	2044,5	4E+06	0,3189	0,1017	2631,6	7E+06	651,97	839,19	5E+06	0,4225
5	+	-	-	2044,5	4E+06	0,3189	0,1017	968,4	937799	651,97	308,81	2E+06	0,0813
6	+	-	med	2044,5	4E+06	0,3189	0,1017	1800	3E+06	651,97	574	4E+06	0,2547
7	+	med	+	2044,5	4E+06	0,4245	0,1802	2631,6	7E+06	867,84	1117	5E+06	0,5244
8	+	med	-	2044,5	4E+06	0,4245	0,1802	968,4	937799	867,84	411,06	2E+06	0,0813
9	+	med	med	2044,5	4E+06	0,4245	0,1802	1800	3E+06	867,84	764,05	4E+06	0,3071
10	-	+	+	955,5	912980	0,5387	0,2902	2631,6	7E+06	514,76	1417,7	3E+06	0,6782
11	-	+	-	955,5	912980	0,5387	0,2902	968,4	937799	514,76	521,71	925306	0,3927
12	-	+	med	955,5	912980	0,5387	0,2902	1800	3E+06	514,76	969,73	2E+06	0,5376
13	-	-	+	955,5	912980	0,3189	0,1017	2631,6	7E+06	304,7	839,19	3E+06	0,3201
14	-	-	-	955,5	912980	0,3189	0,1017	968,4	937799	304,7	308,81	925306	0,2518
15	-	-	med	955,5	912980	0,3189	0,1017	1800	3E+06	304,7	574	2E+06	0,2850
16	-	med	+	955,5	912980	0,4245	0,1802	2631,6	7E+06	405,59	1117	3E+06	0,4944
17	-	med	-	955,5	912980	0,4245	0,1802	968,4	937799	405,59	411,06	925306	0,3367
18	-	med	med	955,5	912980	0,4245	0,1802	1800	3E+06	405,59	764,05	2E+06	0,4187
19	med	+	+	1500	2E+06	0,5387	0,2902	2631,6	7E+06	808,11	1417,7	4E+06	0,6319
20	med	+	-	1500	2E+06	0,5387	0,2902	968,4	937799	808,11	521,71	1E+06	0,1875
21	med	+	med	1500	2E+06	0,5387	0,2902	1800	3E+06	808,11	969,73	3E+06	0,4187
22	med	-	+	1500	2E+06	0,3189	0,1017	2631,6	7E+06	478,34	839,19	4E+06	0,3468
23	med	-	-	1500	2E+06	0,3189	0,1017	968,4	937799	478,34	308,81	1E+06	0,1319
24	med	-	med	1500	2E+06	0,3189	0,1017	1800	3E+06	478,34	574	3E+06	0,2401
25	med	med	+	1500	2E+06	0,4245	0,1802	2631,6	7E+06	636,71	1117	4E+06	0,5071
26	med	med	-	1500	2E+06	0,4245	0,1802	968,4	937799	636,71	411,06	1E+06	0,1875
27	med	med	med	1500	2E+06	0,4245	0,1802	1800	3E+06	636,71	764,05	3E+06	0,3571

**D. 2 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica →  $g(X2)$  (1ª it)**

Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	1968,22	2240,47	1968,22	1695,97
$\phi'$ (°)	22,13	24,78611	22,12961	19,47311
$E$ (MPa)	606,56	1022,362	606,5625	190,7625

**D. 3 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado na análise numérica →  $g(X1)$  (2ª it)**

	Combinações			Valores de entrada									Resposta
Nº	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$\begin{matrix} c \\ *tg(\phi') \end{matrix}$	$\begin{matrix} E \\ *tg(\phi') \end{matrix}$	$c * E$	$g(X1)$
1	+	+	+	2240,5	5E+06	0,4618	0,2132	1022,4	1E+06	1034,6	472,1	2E+06	0,0057
2	+	+	-	2240,5	5E+06	0,4618	0,2132	190,76	36390	1034,6	88,089	427398	-0,2702
3	+	+	med	2240,5	5E+06	0,4618	0,2132	606,56	367918	1034,6	280,09	1E+06	-0,1279
4	+	-	+	2240,5	5E+06	0,3536	0,125	1022,4	1E+06	792,21	361,5	2E+06	0,0747
5	+	-	-	2240,5	5E+06	0,3536	0,125	190,76	36390	792,21	67,452	427398	-0,1726
6	+	-	med	2240,5	5E+06	0,3536	0,125	606,56	367918	792,21	214,47	1E+06	-0,0432
7	+	med	+	2240,5	5E+06	0,4067	0,1654	1022,4	1E+06	911,11	415,75	2E+06	0,0535
8	+	med	-	2240,5	5E+06	0,4067	0,1654	190,76	36390	911,11	77,575	427398	-0,2165
9	+	med	med	2240,5	5E+06	0,4067	0,1654	606,56	367918	911,11	246,66	1E+06	-0,0716
10	-	+	+	1696	3E+06	0,4618	0,2132	1022,4	1E+06	783,15	472,1	2E+06	0,1641
11	-	+	-	1696	3E+06	0,4618	0,2132	190,76	36390	783,15	88,089	323527	-0,0843
12	-	+	med	1696	3E+06	0,4618	0,2132	606,56	367918	783,15	280,09	1E+06	0,0452
13	-	-	+	1696	3E+06	0,3536	0,125	1022,4	1E+06	599,68	361,5	2E+06	0,1416
14	-	-	-	1696	3E+06	0,3536	0,125	190,76	36390	599,68	67,452	323527	-0,0449
15	-	-	med	1696	3E+06	0,3536	0,125	606,56	367918	599,68	214,47	1E+06	0,0535
16	-	med	+	1696	3E+06	0,4067	0,1654	1022,4	1E+06	689,68	415,75	2E+06	0,1590
17	-	med	-	1696	3E+06	0,4067	0,1654	190,76	36390	689,68	77,575	323527	-0,0567
18	-	med	med	1696	3E+06	0,4067	0,1654	606,56	367918	689,68	246,66	1E+06	0,0577
19	med	+	+	1968,2	4E+06	0,4618	0,2132	1022,4	1E+06	908,87	472,1	2E+06	0,0946
20	med	+	-	1968,2	4E+06	0,4618	0,2132	190,76	36390	908,87	88,089	375463	-0,1803
21	med	+	med	1968,2	4E+06	0,4618	0,2132	606,56	367918	908,87	280,09	1E+06	-0,0345
22	med	-	+	1968,2	4E+06	0,3536	0,125	1022,4	1E+06	695,94	361,5	2E+06	0,1060
23	med	-	-	1968,2	4E+06	0,3536	0,125	190,76	36390	695,94	67,452	375463	-0,1119
24	med	-	med	1968,2	4E+06	0,3536	0,125	606,56	367918	695,94	214,47	1E+06	0,0076
25	med	med	+	1968,2	4E+06	0,4067	0,1654	1022,4	1E+06	800,4	415,75	2E+06	0,1060
26	med	med	-	1968,2	4E+06	0,4067	0,1654	190,76	36390	800,4	77,575	375463	-0,1336
27	med	med	med	1968,2	4E+06	0,4067	0,1654	606,56	367918	800,4	246,66	1E+06	-0,0019

**D. 4 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica →  $g(X2)$  (2ª it)**



Parâmetros de entrada	Ponto Central	$X_{max}$	$X_{med}$	$X_{min}$
$c'$ (kPa)	1892,94	2029,065	1892,94	1756,815
$\phi'$ (°)	21,92	23,24512	21,91687	20,58862
$E$ (MPa)	555,67	763,5676	555,6676	347,7676

**D. 5 – Parâmetros de entrada – RSM aplicado na análise numérica →  $g(X1)$  (3ª it)**

	Combinações			Valores de entrada									Resposta
Nº	$c'$	$\phi'$	$E$	$c'$	$c'^2$	$tg(\phi')$	$tg(\phi')^2$	$E$	$E^2$	$\begin{matrix} c \\ *tg(\phi') \end{matrix}$	$\begin{matrix} E \\ *tg(\phi') \end{matrix}$	$c * E$	$g(X1)$
1	+	+	+	2029,1	4E+06	0,4295	0,1845	763,57	583035	871,55	327,98	2E+06	0,0250
2	+	+	-	2029,1	4E+06	0,4295	0,1845	347,77	120942	871,55	149,38	705643	-0,1177
3	+	+	med	2029,1	4E+06	0,4295	0,1845	555,67	308766	871,55	238,68	1E+06	-0,0432
4	+	-	+	2029,1	4E+06	0,3756	0,1411	763,57	583035	762,22	286,83	2E+06	0,0391
5	+	-	-	2029,1	4E+06	0,3756	0,1411	347,77	120942	762,22	130,64	705643	-0,0828
6	+	-	med	2029,1	4E+06	0,3756	0,1411	555,67	308766	762,22	208,74	1E+06	-0,0221
7	+	med	+	2029,1	4E+06	0,4023	0,1619	763,57	583035	816,37	307,21	2E+06	0,0350
8	+	med	-	2029,1	4E+06	0,4023	0,1619	347,77	120942	816,37	139,92	705643	-0,0937
9	+	med	med	2029,1	4E+06	0,4023	0,1619	555,67	308766	816,37	223,57	1E+06	-0,0274
10	-	+	+	1756,8	3E+06	0,4295	0,1845	763,57	583035	754,61	327,98	1E+06	0,0835
11	-	+	-	1756,8	3E+06	0,4295	0,1845	347,77	120942	754,61	149,38	610963	-0,0327
12	-	+	med	1756,8	3E+06	0,4295	0,1845	555,67	308766	754,61	238,68	976205	0,0250
13	-	-	+	1756,8	3E+06	0,3756	0,1411	763,57	583035	659,94	286,83	1E+06	0,0879
14	-	-	-	1756,8	3E+06	0,3756	0,1411	347,77	120942	659,94	130,64	610963	-0,0166
15	-	-	med	1756,8	3E+06	0,3756	0,1411	555,67	308766	659,94	208,74	976205	0,0330
16	-	med	+	1756,8	3E+06	0,4023	0,1619	763,57	583035	706,84	307,21	1E+06	0,0879
17	-	med	-	1756,8	3E+06	0,4023	0,1619	347,77	120942	706,84	139,92	610963	-0,0221
18	-	med	med	1756,8	3E+06	0,4023	0,1619	555,67	308766	706,84	223,57	976205	0,0310
19	med	+	+	1892,9	4E+06	0,4295	0,1845	763,57	583035	813,08	327,98	1E+06	0,0577
20	med	+	-	1892,9	4E+06	0,4295	0,1845	347,77	120942	813,08	149,38	658303	-0,0732
21	med	+	med	1892,9	4E+06	0,4295	0,1845	555,67	308766	813,08	238,68	1E+06	-0,0274
22	med	-	+	1892,9	4E+06	0,3756	0,1411	763,57	583035	711,08	286,83	1E+06	0,0619
23	med	-	-	1892,9	4E+06	0,3756	0,1411	347,77	120942	711,08	130,64	658303	-0,0517
24	med	-	med	1892,9	4E+06	0,3756	0,1411	555,67	308766	711,08	208,74	1E+06	0,0057
25	med	med	+	1892,9	4E+06	0,4023	0,1619	763,57	583035	761,6	307,21	1E+06	0,0577
26	med	med	-	1892,9	4E+06	0,4023	0,1619	347,77	120942	761,6	139,92	658303	-0,0601
27	med	med	med	1892,9	4E+06	0,4023	0,1619	555,67	308766	761,6	223,57	1E+06	-0,0019

**D. 6 – Combinações de entrada e respostas – Parâmetros de entrada – RSM aplicado à análise numérica →  $g(X2)$  (3ª it)**

